BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Gütle, Johann Conrad,

Mechanische Geometrie

Nürnberg u.a. 1797

Math.p. 194
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081890-7
VD18 13685619-002

2

Math. P. 194

Mathesis. Geometria generalis
272.

R

Johann Conrad Gütle,
Privatlehrers der Mathematik, Naturlehre und Mechanik,

mechanische Geometrie

oder

die Anfangsgründe der Geometrie

auf

eine ganz neue mechanische Art auf besondern Tafeln und körperlichen Flächenfiguren vorgestellet,

die sich herausnehmen, zerlegen und zur Erläuterung der wichtigsten Beweise auf andere Art zusammensezen lassen, wodurch man auch den Unerfahrensten alles deutlich machen kann.

Besonders für Schulen

und

zum Privatunterrichte junger Leute

eingerichtet.

Eine besonders gedruckte Abhandlung aus den magischen Belustigungen des Verfassers.

Mit Kupfern.

Nürnberg und Altdorf,
bey J. C. Monath und J. F. Kußler.
1797.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Einleitung

statt der Vorrede.

Etwas über die Einrichtung, Art und Gebrauch dieser Geometrie.

---

§. 1.

Den Namen Mechanisch habe ich dieser Geometrie wegen ihrer Art gegeben. Sowohl die ganzen als zerschnittenen Figuren bestehen aus Täfelchen, die sich wieder in andere größere Tafeln, die so tief eingeschnitten, als diese dick sind, legen lassen. Diese größern Tafeln sind jede 11 Zoll lang und 7 Zoll breit.

§. 2.

Dieser größern Tafeln, in welche die kleinern eingelegt werden können, sind 5, und auf Tab. I. bis V. im Kleinen vorgestellt. Diese besondere Einrichtung erlaubt, daß man die vornehmsten Figuren heraus-

nehmen, jungen Leuten vorlegen, und also um so viel leichter erklären kann. Viele derselben lassen sich zerlegen und auf andere Art zusammensetzen, wodurch die Erklärung der Beweise dem Lehrer sehr leicht und dem Schüler äusserst faßlich wird. Der kleinern Figurentäfelein sind 31, worunter 17, die sich zerlegen, und unter diesen 9, die sich auf andere Art zusammen sezen lassen. *)

§. 3.

Um die vielen Theile einer zerlegten Figur zusammen zu finden, wann sie unter andern zerstreut liegen sollten, so sind alle zu einer Figur gehörige Theile mit einerley Buchstaben bezeichnet. Z. B. alles, was zur Fig. XXVIII. gehöret, hat den Buchstaben P, und da sie nach der Zeichnung aus zwölf Theilen bestehet, mit P 1. P 2. P 3. &c. bis P 12. bezeichnet, so wie ich dieß in den Kupfertafeln dieses Buches ebenfalls bezeichnet habe. Man findet also sogleich, wenn ein Stückchen verlegt worden, wo es hingehört, oder wann eines verloren seyn sollte, welches fehlet, und kann es in diesem Fall von einem Buchbinder wieder nachmachen lassen.

§. 4.

Ich habe auf Tab. VIII. drei Täfelein in der natürlichen Größe vorgestellet, und die darauf befindlichen

*) Diese mechanische Geometrie ist in einem dazu gehörigen Käßchen bey mir für 5 Thlr. oder 9 Gulden zu haben.

lichen Figuren mit den Buchstaben bezeichnet, die dazu gehören, und worauf sich die Beschreibung beziehet, welches in der Vorstellung im Kleinen auf den in dieses Buch gehörigen Kupfertafeln nicht geschehen konnte, die bloß dazu dienen, um die Einrichtung der Originaltafeln im Großen zu zeigen.

§. 5.

Die Vertiefungen oder Ausschnitte, die sich in den größern Tafeln, in welche die kleinern gleichsam wie eingelegt liegen, befinden, sind mit in Kupfer gestochenen, illüminirten, geometrischen Zeichnungen bekleidet, deren bei 200 sind. Diese Zeichnungen in jedem Feld sind mit 1. 2. 3. 4., nachdem ihre Anzahl ist, bezeichnet. Wann also in der folgenden Beschreibung z. B. steht: Fig. X. Num. 3. so würde diese die Zeichnung des Vierecks, in einem Zirkel, in gedachter Figur bezeichnen, und so bey allen durchaus; daß man augenblicklich das verlangte finden kann. Durch diese Figuren können der Jugend spielend die ersten Begriffe der Geometrie in sehr kurzer Zeit beygebracht werden. Sie lernen verstehen, was Linien, Winkel und Figuren sind, sehen ihren Unterschied ein, lernen sie zeichnen, zusammen sezen, berechnen und ihre Verhältnisse kennen, ohne viel Umstände und Anstrengung der Sinnen. Sie lernen aber doch dabei denken, ohne es selbst zu merken. Sie bekommen keine abstrakten Begriffe, und sehen schon jeden freien Gegenstand, sowohl in der Stadt als auf dem Feld,

nicht mehr mit so gleichgültigen Augen an, weil sie dabei an die Theilung gedenken; zum Beispiel: wie groß das Stück Feld ist, daß sie vor sich sehen; wie es in Winkel zu theilen; wie breit ein Fluß; wie weit von einem Ort zum andern; wie hoch ein Baum, Thurm, Hauß u. dergl. m. ist. Führt man sie endlich zum Feldmessen selbst an *), so sind ihnen die Grundsätze schon bekannt, und der Lehrer wird wenig Mühe haben, ihnen die Sache begreiflich zu machen, sie werden es selbst als Erweiterung ihrer geometrischen Belustigungen ansehen, und genau aufmerken, weil sie sehen, das sie hier das, was sie wissen, zu etwas anwenden können, das ihnen Lob zuziehet. Man hat noch nicht nöthig, sie mit mathematischen Rechnungen zu ermüden; die einfache Rechenkunst wird ihnen Belustigung werden, und bey zunehmenden Jahren werden sie selbst die höhere Rechenkunst und Geometrie zu erlernen suchen.

§. 6.

Ich habe zu dieser mechanischen Geometrie nur eine kurze Anweisung des Gebrauchs vorlegen wollen, um denenjenigen, die sich selbst unterrichten wollen, zu Hülfe zu kommen, und ihnen wenigstens zu zeigen, was jede Figur bezeichne. Jeder Lehrer, der einige Kenntniß hat, wird nach diesen kurzen Datis auch ohne Buch alles leicht erklärbar finden, und bey jedem

*) Wozu auch alles nöthige bey mir sehr einfach verfertiget wird.

jedem Satz werden ihm andere dahin einschlagende Aufgaben selbst beyfallen, oder wenigstens giebt es Geometerien genug, die dabey zu benuzen sind.

§. 7.

Der Lehrer wird wohl thun, wenn er das Erklärte zuweilen durch Fragen wiederholt, um zu sehen, ob er verstanden worden, ob die jungen Leute alles gefaßt, und ob sie sich keine falschen Begriffe gemacht. Er lasse sie ein besonderes Buch halten, worinnen sie alles genau, was vorgekommen ist, aufzeichnen. Die Umstände oft verändern. Einen vor gegebenen Winkel nach andern Verhältnissen zeichnen. Wo hier eine Figur mehrere Beweise macht, jeden besonders und auf andere Art, auch in anderer Stellung hinzeichnen. Wenn es eine Sache ist, die Veränderung leidet, solche selbst zusammen setzen u. dergl. Man zeichne ihnen Anfangs die Figuren auf eine große Tafel vor, um ihnen das Verfahren zu zeigen, wozu ein großer hölzerner Zirkel, an dessen einen Schenkel ein Kreydenstift befestiget werden kann, gehöret *). Es kann nicht fehlen, daß sie auf diese Art die Geometrie sehr spielend lernen.

*) Ein dergleichen 20 Zoll langer hölzerner Zirkel, mit einem Bogen und Stellschraube, nebst einer Stahlspize am einen, und Hülse zur Kreide an dem andern Fuß, kostet 1 Thlr. 12 Ggr. oder 2 fl. 42 kr.

§. 8.

Aehnliche Anfangsgründe der Stereometrie, mit den dazu gehörigen mathematischen oder geometrischen Körpern, liefere ich in dem zweiten Band, sodann eine Anweisung zur Messung auf dem Feld, nebst einem hiezu dienlichen wohlfeilen Instrumentenapparat, den sich jedes selbst verfertigen, oder um sehr wohlfeilen Preiß anschaffen kann. Auch habe ich mir Mühe gegeben, genaue Modelle von Fortifikationswerkern, zur Lehre in der Kriegsbaukunst, zu verfertigen, davon die Beschreibung folgen wird.

§. 1.

§. 1.

Was die Geometrie ist.

Die Geometrie ist eine Wissenschaft, welche uns die Ausdehnung, Lage und Dichtigkeit der Körper kennen lehret. Ihre Grundsäze beruhen auf so offenbaren Wahrheiten, daß es ohnmöglich ist, sie in Zweifel zu ziehen, und durch ihre nach und nach geschehene Verbindung ist man endlich so weit gekommen, daß man die einfachste und verwundernswürdigste Ordnung entdecket hat, die in der ganzen Welt regieret. Wenn diese Wissenschaft, die allein unumstößlich gewiß ist, mit den Versuchen verbunden wird, so verschaft sie, den physikalischen Wissenschaften einen solchen Grad der Gewißheit, den sie ohne dieselbe niemals würden erreicht haben.

§. 2.

Eintheilung der Geometrie.

Die Geometrie wird in vier Theile getheilet:

I. In die Longimetrie; diese handelt von Linien und Winkeln.

II. In die Planimetrie; welche von Flächen und Figuren handelt.

Zu diesen beiden gehören diese Tafeln.

III. In die Stereometrie; die von Körpern handelt, wozu der angezeigte besondere Apparat, die mathematischen Körper *), zu gebrauchen.

IV. In

*) Ich habe zum Gebrauch für Liebhaber, oder für Hofmeister, zum Unterricht für ihre Eleven, auch für Schulen, die mathematischen oder geometrischen Körper sehr sauber und regelmäßig verfertigen lassen, nebst dem zerschnittenen Würfel und Prismate. Es sind 22 Stücke. Sämmtliche Stücke sind mit schöner Farbe lackirt, und folgende: die Kugel; das Tetraedron; das Hexaedron oder der Würfel; das Oktaedron; das Dodekaedron; das Ikosaedron; der archimedische Körper; die Pyramide; die abgekürzte Pyramide; die fünfeckigte Pyramide; die Walze; der Kegel; der abgekürzte Kegel; die Parabel; die Hyperbel; die Ellipse; das Trapez; das Parallelepipedon; das in drei Pyramiden zerschnittene dreiseitige Prisma, und der in sechs Pyramiden zerschnittene Würfel, der den Beweiß macht: daß die Pyramide der dritte Theil des Parallelepipedons ist, das mit ihr gleiche Höhe und Grundfläche hat. Jeder Körper hat einen aufgeklebten gedruckten Zettel, sie befinden sich sämmtlich in einem Kasten, dieser kann von mir für 3 Thlr. 12 Ggr. oder 6 fl. 18 kr. erlassen werden. Wird es weit versandt, so kommt das Ganze noch in ein besonderes Pakkistchen, wofür noch 8 Ggr. oder 36 kr. bezahlt wird. Briefe und Gelder muß ich mir franko erbitten.

Diese sämtlichen Körper sind hinlänglich überflüßig zur Lehre. Inzwischen habe ich doch für diejenigen, die 1 Thlr. oder 1 fl. 48 kr. mehr bezahlen wollen, noch nachstehende

IV. In die gemeine und sphärische Trigonometrie.

Zu

stehende vierzehn Stücke besonders verfertigen lassen, die einzeln das Stück für 2 Ggr. oder 9 kr. erlassen werden. Sie sind eben so wie die vorigen lakirt, und folgende: eine dreieckige Pyramide; ein platter Kegelabschnitt; eine Kegelsäule, oder rechtwinklichter Kegel; ein hohler Kegelabschnitt; ein schräges Parallelepipedon; ein schräger Zylinder; ein platter Zylinderabschnitt; ein zusammengesezter trapezoischer Körper oder Schanze; das zerschnittene vierseitige Prisma (einzeln 8 Ggr.); das zerschnittene fünfseitige Prisma (einzeln 8 Ggr.); ein elliptischer Körper; eine Sphaeroides oder platte Kugel; eine schräge Fläche; ein rautenförmiger Körper.

Auch habe ich genau gearbeitete zerschnittene Kegel unter meiner Aufsicht verfertigen lassen, wovon ich das Stück für 16 Ggr. oder 1 fl. 12 kr. erlassen kann.

Ingleichen sind der zerschnittene Würfel; das zerschnittene dreiseitige und das zerschnittene fünfseitige Prisma, jedes à 8 Ggr. oder 36 kr. zu haben. So habe ich auch die fünf regulairen Körper, nebst der Kugel, von gleichem Kubikinhalte, sauber lakirt verfertigen lassen, damit man jungen Leuten, nebst der Art der Berechnung, auch zeigen kann, in welchem Verhältniß des Augenmaßes sie gegeneinander stehen. Ich erlasse sie für 3 Thlr. oder 5 fl. 24 kr.

Eben diese Körper, von der Größe, daß sie eine Kugelhohlung akkurat füllen, oder mit allen ihren Ecken

Zu letzterer ist ein besonderes Modell bei mir zu haben, wodurch die Hauptbeweise derselben gezeigt werden können *).

§. 3.

*Ecken genau anstoßen, damit man jungen Leuten zeigen kann, in welchem Zalenverhältniß sie gegeneinander stehen, erlasse ich ebenfalls für 3 Thlr. oder 5 fl. 24 kr.

Von allen diesen, so wie von noch vielen andern künstlich gemachten mathematischen Körpern, werde ich eine Beschreibung und Berechnung in den folgenden Theilen der magischen Belustigungen geben.

Von vielen andern Maschinen und ganzen Apparaten zu besondern Lehren, wie z. B. zur Lehre der Elektrizität, der Hydraulik und Hydrostatik, der Mechanik ꝛc. die ich zum leichtern Unterricht junger Leute veranstaltet, und theils in meinen darüber herausgegebenen Schriften schon beschrieben habe, findet man Nachricht und angezeigte Preiße in meinem Kunstkabinet mathematischer und physikalischer Instrumente und anderer Kunstsachen, 8. 1stes und 2tes Stück, mit 7 Kupfern, welches bei mir für 8 Ggr. oder 36 kr. zu haben ist.

*) Dieses zur Lehre der sphärischen Trigonometrie besonders gemachte Instrument, mittelst welchem man Anfängern diese Wissenschaft sehr deutlich machen kann, da sie ausserdem sehr schwer zu verstehen ist, liefere ich von lakirter Pappe für 13 ½ Ggr. oder 1 fl. Tab. X. Fig. 20.

§. 3.

In einer jeden kommen gewisse Namen für, ohne deren Erklärung man nicht fortkommen kann; sie sind deswegen hier beschrieben.

§. 4.

Von den Instrumenten, welche man bey der Praxis auf dem Papier nöthig hat.

Die nöthigsten Instrumente, welche auf dem Papier gebraucht werden, sind der Zirkel, das Linial, das Parallellinial, der Winkelhaken, das Dreyeck, der Transporteur. Man gebraucht auch zwei Dreiecke, und erspart dadurch das Parallellinial *).

---

*) Futterale mit Reißzeugen sind, nachdem sie größer und vollständiger, auch fleißiger gearbeitet sind, für 4, 6 und 8 Thlr. zu haben. Auch Reißzeuge mit Tuschfarben und Farbentuschen, für 6, 8, auch 10 Thaler, den Louisd'or zu 5 Thlr. gerechnet. Auch kann ich mit allen einzeln Stücken, die zum Zeichnen und Tuschen erfordert werden, dienen. Wohlfeilere Reißzeuge, von 1, 2, 3 Thalern, wenn man sie für Anfänger zum einstweiligen Gebrauch zu haben wünscht, werde ich ebenfalls besorgen. Nur muß man sich nicht die Güte und Vollständigkeit davon versprechen, wie von denen, die ein mehrers kosten. Dieß ist ebenfalls so von Reißzeugen mit Tuschfarben zu verstehen, deren für 2, 3, 4 und 5 Thaler versendet werden können.

I. a.

Von einfachen Linien.

§. 5.

Vom Punkt.

In der Longimetrie ist der Anfang aller Größen, und was man sich ohne Ausdehnung vorstellet, das, was ein Punkt genennet wird. Man muß sich ihn als etwas vorstellen, das keine Länge, Breite noch Dicke hat, ob man es wohl auf diese Art den äußern Sinnen nicht vorstellen kann.

Der Punkt selbst ist auch verschieden. Er ist entweder Centrum oder Mittelpunkt, Fig. XX. Num. 1. d. auch unbeweglicher Punkt, um den sich ein beweglicher bewegt, und einen Zirkel macht, a b c; oder beweglicher Punkt, der gerade fortläuft, und eine Linie macht, die wieder nach ihrer Lage verschieden ist.

Ein Punkt kann nur mit einem Buchstaben bezeichnet werden. Z. E. der Punkt a. b. c. &c.

§. 6.

Von den Linien.

Die Ausdehnung, die man allein nach ihrer Länge betrachtet, nennet man eine Linie. Eine Linie ist daher eine Größe, die zwar eine Länge, doch keine Breite noch Dicke hat, und ist entweder eine gerade oder krumme Linie.

§. 7.

§. 7.

Von geraden Linien.

Eine Linie soll mit zwei Buchstaben ausgesprochen oder bezeichnet werden, weil ihr Anfang und Ende zwei Punkte sind; z. E. die Linien a b. c d. &c. Fig. VI.

1. Eine gerade (horizontale) Linie ist die kürzeste unter allen, die man von einem Punkt zu dem andern ziehen kann, und die zwischen diesen beiden Enden also innen liegt, daß sie auf keine Seite ausweichet, sondern einerlei Richtung behält, oder nach einerlei Gegend gehet, Fig. VI. f. e. Horizontal heißt die Linie, wenn sie mit dem Horizont, oder besser, mit einer Wasserfläche, parallel laufet.

2. Perpendicular (senkrechte) oder Normallinie heißet die gerade Linie c d Fig. VI. wenn sie auf einer andern f e dergestalt aufgerichtet stehet, daß sie sich weder zur Rechten noch zur Linken, nur um das geringste, etwas mehr neiget.

3. Schiefe Linie (Diagonal) hingegen heißet die gerade Linie, die sich gegen eine Seite mehr neiget, oder durch eine Figur von einem bis in den andern gegenüberstehenden Winkel gezogen wird. Fig. V. a b. Fig. II. a. und d c, und Fig. VI. a b. Eine Diagonallinie theilet ein jedes Quadrat oder Parallelogrammum in zwey gleiche Theile.

4. Pa-

4. Parallele Linien, oder gleichweit laufende Linien, nennet man solche, die überall gleich weit von einander abstehen, Fig. III. a b. sie mögen hernach gerade oder krumm fortlaufen.

5. Zusammenlaufende Linien werden diejenigen Linien genennet, die sich immer näher gegeneinander neigen. Fig. XIV. Num. 3, c

6. Auseinanderlaufende Linien hingegen, wenn sie sich immer weiter voneinander entfernen, wie eben daselbst bey a b.

7. Proporzional-Linien sind, welche gleiche Verhältnisse unter sich haben; z. B. wenn eine Linie zwei oder dreimal in einer andern enthalten ist. Oder es können vier Linien seyn, wo die erste in der zweiten so oft, als die dritte in der vierten enthalten ist.

8. Die berührende Linie nennet man die, welche eine Figur, ohne selbige zu durchschneiden, berührt.

9. Die durchschneidende Linie ist diejenige, welche eine andere durchschneidet.

10. Wechsellinien sind Fig. XXII. A B, C. D.

§. 8.

Von krummen Linien.

1. Eine krumme Linie ist, deren Theile nicht einerlei Richtung behalten, oder die nicht nach einerlei Gegend gehen. Dergleichen sind allerlei Zirkelbögen, wie Fig. X. Num. 5. 6. 7.

2. Eine

2. Eine vermischte Linie ist, die aus krummen und geraden Linien bestehet.

3. Krumme Parallellinien sind zwei Linien, die immer gleich weit voneinander gerade und krumm fortlaufen.

4. Zirkellinie. Sie entstehet, wenn sich ein Punkt a, b oder c Fig. XX. um einen andern unbeweglichen Punkt d mit unveränderter Entfernung ganz herum, bis an den Ort seines Anfangs, beweget. Die krumme Linie b a c b, welche um den unbeweglichen Punkt d beschrieben wird, und deren Punkte gleichweit vom Mittelpunkt abstehen, heißet auch die Peripherie.

5. Elliptische Linie; Eylinie. Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 19. Sie entstehet, wenn ein Kegel so überzwerg abgeschnitten wird, daß die geschnittene Linie beyde Seiten des Kegels berühret, so giebt es eine Ellipsin, oder ablange Rundung auf beiden Flächen. Fig. XXIII. Num. 15.

6. Parabolische Linie, Fig. XXIX. Num. 18. b. entsteht, wenn ein Kegel so geschnitten wird, daß man die Grundfläche treffe, und die entgegen stehende Seite nicht berühre, sondern daß der Schnitt gleichlaufend (parallel) mit der Seite des Kegels gehe, so hat man eine Parabel oder Brennlinie. Fig. XXIII. Num. 13.

7. Hyperbolische Linie. Fig. XXIX. Num. 18. a. So man ein Stück von einen Kegel senkrecht herunterschneidet, daß der Schnitt gleichlaufend mit der Axe des Kegels ist, so erhält man eine Hyperbel. Fig. XXIII. Num. 14.

8. Ovallinie. Dieß ist eine krumme Linie, die in sich selbst lauft, deren Punkte aber nicht alle von dem Mittelpunkt gleichweit weg sind. Fig. XII. Num. 5. Sie ist verschieden; entweder breit und kurz, oder schmal und lang.

9. Schneckenlinie. Sie ist ebenfalls verschieden; hauptsächlich aber entweder rund, wie Fig. XI. Num. 2. 3. 4. oder Oval, wie Num. 5.

§. 9.

Von der Zeichnung dieser Linien.

Wie ein Punkt oder mehrere Punkte zu machen, ingleichen eine einfache gerade oder krumme Linie zu ziehen, halte ich für unnöthig zu erklären; wozu ich auch die Zirkellinie zehle, wenn sie nichts weiters als solches ist. Mehr kommt es darauf an, sie nach einer gewissen gegebenen Länge oder von einer gegebenen Größe zu ziehen, welches ich dem Lehrer zu zeigen überlasse. Ich will nur von nachstehenden Linien reden, worzu besondere Abtheilungen gehören, oder Instrumente dienen können. Parabolische und hyperbolische Linien gehören hieher nicht.

§. 10.

§. 10.

1ste Aufgabe.

Wie auf zweierlei Art eine elliptische oder Eylinie zu zeichnen.

Man beschreibe einen Zirkelkreis A C B E, Tab. X. Fig. 1. zertheile den Diameter A B mit der Perpendikularlinie D E H C, in dem Mittelpunkt H. Aus beyden Punkten A B, durch den Punkt E ziehe man zwei gerade Linien hinaus, nemlich A E G und B E F. Seze hernach einen Zirkelfuß in den Punkt B, und den andern eröfne man bis in A, schreibe mit solcher Weite den Bogen A I. Jngleichen aus dem Punkt A den Bogen B K. Letztlich aus dem Punkt E ziehe man mit einem Bogen die zween Punkte I K zusammen; so ist die ovale Eyfigur verfertigt.

§. 11.

Auf eine andere Art.

Man ziehe einen Zirkel von beliebiger Größe Seze, wo es gefällig, z. E. in d. Fig. 2. Tab. X. ein, und ziehe von eben der Größe noch einen Zirkel. Seze sodann den Zirkel in o, öfne ihn bis e, und ziehe den Bogen e k t. Desgleichen aus n mit eben dieser Eröfnung den Bogen s r w. Theile t d in zwei gleiche Theile in u, und ziehe den Bogen w x zusammen.

§. 12.

2te Aufgabe.

Wie auf verschiedene Art Ovallinien zu ziehen.

Man wähle zwei Punkte in a und b, Fig. 3. Tab. X. und schneide nach beliebiger Weite die Kreuzbögen bei c und d; ziehe die Linie d e und d f, ingleichen c g und c h durch die Punkte. Seze den Zirkel in d ein, und ziehe mit der Weite d c den Bogen f e. Seze den Zirkel mit eben dieser Eröfnung in c ein, und ziehe mit der Weite d c den Bogen g h. Setze in b ein, und mache den Zirkel auf bis e und ziehe e h. Seze endlich in a ein, und mache den Zirkel auf bis f, und ziehe f g.

§. 13.

Zweite Art.

Man ziehe die zwei gleiche eccentrische Zirkel A und B, Fig. 4. Tab. X. so daß der Mittelpunkt von B der Punkt b in der Peripherie sey. Man ziehe von c durch b die Linie c b e und c a h, ingleichen von d die Linien d b m und d a n. Seze in c ein, thue den Zirkel auf bis h, und ziehe den Bogen h e. Mit eben dieser Eröfnung des Zirkels sezet man in d ein, und ziehet den Bogen m n.

§. 14.

Dritte Art.

Man ziehe einen Zirkel, und in demselben den Durchmesser a b, Fig. 5. Tab. X. Seze in a und b ein,

und

und ziehe von eben der Größe die beiden eccentrische Zirkel. Theile die halbe Bogen a b bey d und e in zwei gleiche Theile. Seze den Zirkel in d ein, und ziehe den Bogen m r. Seze in e ein, nnd ziehe den Bogen o s.

§. 15.

Vierte Art.

Man seze zwei gleiche Quadrate a b c d und b d e f, Fig. 6. Tab. X. zusammen. (Es könnten auch Oblonga seyn.) Man ziehe die Diagonallinien c b, a d, f d, e b. Ziehe aus b den Bogen m n. Ziehe aus d den Bogen r s, aus o den Bogeu n s, aus x den Bogen m r.

§. 16.

Fünfte Art.

Man theile die Länge des Ovals l m, Tab. X. Fig. 11. in vier gleiche Theile, wie bei p, o, n zu sehen; fasset mit dem Zirkel die ganze Länge oder den Durchmesser l m, und beschreibet aus n bey r und q Bögen, welche man mit dem nemlichen Maaße aus p durchschneidet. Man leget das Lineal an q und p an, und ziehet die punktirte Linie q p v; desgleichen ziehet man aus s von r durch p die Linie r p u, und so verfähret man auch auf der andern Seite mit den Linien r n s und q n t. Endlich sezet man den Zirkel in p, eröfnet ihn bis l, und reißet das Bogenstück u l v aus, so auch mit unverrücktem Zirkel das andere s m t. Zulezt sezet man den Zirkel an q, öfnet ihn bis t, nnd reißet das Bo-

§. 12.

2te Aufgabe.

Wie auf verschiedene Art Ovallinien zu ziehen.

Man wähle zwei Punkte in a und b, Fig. 3. Tab. X. und schneide nach beliebiger Weite die Kreuzbögen bei c und d; ziehe die Linie d e und d f, ingleichen c g und c h durch die Punkte. Seze den Zirkel in d ein, und ziehe mit der Weite d c den Bogen f e. Seze den Zirkel mit eben dieser Erösnung in c ein, und ziehe mit der Weite d c den Bogen g h. Setze in b ein, und mache den Zirkel auf bis e und ziehe e h. Seze endlich in a ein, und mache den Zirkel auf bis f, und ziehe f g.

§. 13.

Zweite Art.

Man ziehe die zwei gleiche eccentrische Zirkel A und B, Fig. 4. Tab. X. so daß der Mittelpunkt von B der Punkt b in der Peripherie sey. Man ziehe von c durch b die Linie c b e und c a h, ingleichen von d die Linien d b m und d a n. Seze in c ein, thue den Zirkel auf bis h, und ziehe den Bogen h e. Mit eben dieser Erösnung des Zirkels sezet man in d ein, und ziehet den Bogen m n.

§. 14.

Dritte Art.

Man ziehe einen Zirkel, und in demselben den Durchmesser a b, Fig. 5. Tab. X. Seze in a und b ein,

und

und ziehe von eben der Größe die beiden eccentrische Zirkel. Theile die halbe Bogen a b bey d und e in zwei gleiche Theile. Seze den Zirkel in d ein, und ziehe den Bogen m r. Seze in e ein, nnd ziehe den Bogen o s.

§. 15.

Vierte Art.

Man seze zwei gleiche Quadrate a b c d und b d e f, Fig. 6. Tab. X. zusammen. (Es könnten auch Oblonga seyn.) Man ziehe die Diagonallinien c b, a d, f d, e b. Ziehe aus b den Bogen m n. Ziehe aus d den Bogen r s, aus o den Bogeu n s, aus x den Bogen m r.

§. 16.

Fünfte Art.

Man theile die Länge des Ovals l m, Tab. X. Fig. 11. in vier gleiche Theile, wie bei p, o, n zu sehen; fasset mit dem Zirkel die ganze Länge oder den Durchmesser l m, und beschreibet aus n bey r und q Bögen, welche man mit dem nemlichen Maaße aus p durchschneidet. Man leget das Lineal an q und p an, und ziehet die punktirte Linie q p v; desgleichen ziehet man aus s von r durch p die Linie r p u, und so verfähret man auch auf der andern Seite mit den Linien r n s und q n t. Endlich sezet man den Zirkel in p, eröfnet ihn bis l, und reißet das Bogenstück u l v aus, so auch mit unverrücktem Zirkel das andere s m t. Zulezt sezet man den Zirkel an q, öfnet ihn bis t, nnd reißet das Bo-

genstück t v, und aus r das Bogenstück u s, so ist der Aufgabe ein Genüge geleistet.

§. 17.

Sechste Art.

Einen Oval, dessen Länge gegeben worden, nach Verlangen schmal oder breit zu reissen.

Die gegebene Linie seye B C, Fig. 7. und 8. Tab. X. Aus dem Mittelpunkt A ziehe man ober sich und unter sich eine lange Perpendikularlinie D E. Schneide links und rechts aus dem Punkt A gleiche Theile A F, und A G, und diese zwar lang oder kurz, nachdem das Oval schmal oder breit seyn soll. Ingleichen auf der Perpendikularlinie E D gleiche Theile A D, und A E, lang oder kurz, wie die Figur werden soll; Je weiter dieser Abschnitt von dem Mittelpunkt A kommt, desto schmäler wird die Figur. Nun ziehe man ferner aus dem Punkt E durch den Punkt F und den Punkt G die geraden Linien E H und E I. Ingleichen aus dem Punkt D durch die Punkten F und G die geraden Linien D K und D L. Endlich reisse man aus den Punkten F und G die Bögen K B I und H C L, und aus den Punkten D E die Bögen I D H und K E L. So ist das verlangte Oval aufgerissen. Fig. 7. ist ein breiteres nud Fig. 8. ein schmäleres Oval.

§. 18.

§. 18.

Siebente Art.

Nach den zwei gegebenen Durchmessern der Länge und Breite, einen Oval zu ziehen.

In Fig. 9. Tab. X. seye die kleinere Axe oder Durchmesser P G, die grössere aber L K, die sich mitten in A durchschneiden. Man ziehe aus dem Punkt P oder G mit der Weite L A oder A K, zwey gleiche Bögen, rechts und links, die sich in den Punkten H I durchschneiden. Man schlage in diese Durchschnittspunkte zwei Nadeln oder stählerne Stifte ein. Nehme alsdann einen Faden, der, gerade um die zwei Nadeln herum gebunden, gehet, und bis an das Ende der kleinen Axe P langet; allda hält man ihn mit einem Bleistift E an, führet so den Faden gespannt mit herum, und zeichnet auf diese Art das Oval, wie die Figur zeiget.

§. 19.

Beschreibung eines kleinen Apparats, den man in einem besondern Futterale, oder in einem Reißzeug führen kann, zur Zeichnung der Ovallinien nach der leztern Art.

Er bestehet aus zwei in Meßing, Zinn oder Holz gefaßten Stahlstiften, Fig. 10. Tab. X. die man in die Durchschnittspunkte des vorigen Versuchs statt der Nadeln steckt. In eine kleine dabei befindliche Rolle von Messing oder Holz wird der Bleystift gesteckt, um den sie sich willig beweget. Einige vorräthige

Seidenfäden ohne Ende, die ebenfalls dabei sind, dienen dazu, um den Versuch zu zeigen, in welchem Fall einer derselben über die zwey gesteckten Stifte und die Rolle, in welcher der Bleystift steckt, gelegt wird, man ziehet etwas an, und fähret so mit dem Bleistift herum, so beschreibet dieser die verlangte Ellipse oder Ovallinie. Um eine Ovallinie von bestimmter Größe zu ziehen, müßte man zu viele dieser Fäden ohne Ende haben, um das verlangte Maaß heraus zu suchen. Man bedient sich in diesem Fall des Seidenfadens, der auf eine kleine Form gewickelt ist, nimmt so viel davon ab, als man nöthig hat, und bindet ihn um die in ihrem gehörigen Stand stehenden Stifte und Rolle *).

§. 20.

Beschreibung eines Ovalzirkels, zur Zeichnung der Ovallinien.

Das erste Stück dazu ist ein Kreuz von festem Holz A B C D, Fig. 12. Tab. X. von 4 $\frac{1}{2}$ Zoll groß, in dessen Dicke auf der obern Seite die Rinnen oder Vertiefungen A B und C D befindlich, die oben etwas enger und im Grunde breiter sind, wie K oder L zeiget,

*) Dieses kleine Aparat, womit man sehr bequem alle Arten von Ovalen auf Papier ziehen kann, kostet, wenn Rolle und Hefte von Holz sind, in Futteral, nebst einer Form mit Seidenfaden, 6 Ggr. oder 27 kr. Sind die Hefte von Zinn 8 Ggr. oder 36 kr. und wenn sie von Messing sind, 10 Ggr. oder 45 kr.

zeiget. In diesen laufen die zwei kleinen metallenen Laufer, die wie G aussehen, die man in die Stücke einschiebet, in welchen sie einen freien Spielraum haben, willig laufen, aber nicht herausgezogen werden können.

EF ist ein bewegliches Lineal, von einem Fuß lang, worinn viel kleine Löcher der Länge nach nebeneinander durchgebohret sind. Am Ende F ist ein größeres Loch, worein ein Bleistift gesteckt werden kann.

Der Gebrauch ist folgender: Das Kreuz, das auf der untern Seite an seinen vier Enden vier ganz kleine eiserne Stifte hat, wird mit denselben auf das Papier oder diejenige Ebene fest gedrückt, worauf man das Oval zeichnen will. Um nun eine Ellipse zu beschreiben, deren große und kleine Axe gegeben sind, so wird die Entfernung FH gleich der halben kleinen Axe, und die Entfernung FI gleich der halben großen Axe genommen. Bei H und I werden die Laufer gestellt, deren Obertheile in die bestimmten Löcher des Lineals passen, und die kleinen Muttern werden darauf geschraubt, doch nicht zu fest, damit das Lineal seinen willigen Lauf behalte. Man stecket nun den Bleistift in F, und drehet das Lineal herum, so wird derselbe die verlangte Ellipse beschreiben. *)

*) Ein dergleichen Ovalzirkel wird von mir für 16 Ggr. oder 1 fl. 12 kr. geliefert.

§. 21.

Eine andere Art Ellipsen mit einem Ellipsograph zu ziehen, wo die Zeichnungsfläche von den Spizen des Ovalzirkels befreit bleibt, habe ich in dem ersten Theil meiner Kunst in Kupfer zu stechen, S. 205. f. beschrieben. Auch habe ich daselbst S. 270. die Beschreibung eines Ovalpantographs geliefert, womit ohne Hinderung des Instruments kleinere Ovalen zu ziehen sind, als mit dem gewöhnlichen vorhin beschriebenen Ovalzirkel.

§. 22.

3te Aufgabe.

Wie der Mittelpunkt eines vorgegebenen Ovals und seine beiden Durchmesser zu finden.

Das Oval seye L N M O, Fig. 13. Tab. X. Man ziehe ungefehr die gerade Linie A B, und mache mit dieser parallellaufend die Linie C D, zertheile beide Linien in ihrer Mitte E F, und ziehe durch diese gefundene Punkte die gerade Linie G E F H, theile auch diese Linie in zwei gleiche Theile, so ist der Theilungspunkt P der Mittelpunkt des Ovals. Aus diesem Mittelpunkt beschreibe man einen Zirkelkreis, der hier die Ellipsis in I K durchschneidet, diese Durchschneidungspunkte ziehe man durch eine Linie zusammen, theile diese Linie wieder in der Mitte Q, und ziehe nun durch die Punkte Q und P eine Linie L P Q M, so hat man den großen Durchmesser oder Axe. Endlich

lich ziehe man der Linie K Q I mit der Weite Q P eine Parallellinie O P N, welche der kleinere Durchmesser oder Axe der vorhergehenden Ellipsis seyn wird.

§. 23.

4te Aufgabe.

Eine Schlangenlinie zu zeichnen.

Man ziehe die gerade Linie a b, Fig. 14. Tab. X. Seze eine andere gerade Linie a c so oft aus a in b als gefällig ist. Ziehe aus c von a bis e den halben Zirkel oberwärts, aus f aber unterwärts nach g, aus h wieder oberwärts, aus i aber unterwärts ꝛc.

Wenn man nun Parallellinien zu dieser Linie ziehet, indem man bey c den Zirkel etwas mehr zu, bei f aber etwas aufthut, und machet bei b den Schlangenkopf, bei a aber den Schlangenschwanz, so erkennet man den Grund der Benennung dieser Linie.

§. 24.

5te Aufgabe.

Eine Kettenlinie zu zeichnen.

Man ziehet eine gerade Linie a b, Fig. 15. Tab. X. und träget die Linie a c so oft darauf, als man will. Ziehet sodann aus c, d, e, f, g, k lauter gleiche Zirkel, deren Radius $\frac{1}{3}$ von a c ist. Seze in eben diesen Mittelpunkten c, d, e, f, g ein, und thue den Zirkel auf, z. E. von c bis 1, und ziehe den Bogen 1 m 4 und 1 n 4. Aus d ziehe man den Bogen 3 n t

und

und 3 m r. Aus e den Bogen t p und r o, und so fahre man weiter fort.

§. 25.

Schnecken- oder Spirallinien zu zeichnen.

6ste Aufgabe.

Eine aus halben Zirkeln bestehende, parallel laufende Schneckenlinie zu zeichnen.

Tab. I. Fig. XI. Num. 2. und Tab. X. Fig. 16.

Man ziehe eine Horizontallinie a b, und wähle in derselben einen Mittelpunkt c. Mache in d einen Punkt, der von c so weit entfernt ist, als die Weite der Bogen der Schneckenlinie seyn soll. Seze den Zirkel in c und ziehe aus dem Punkt d den halben Zirkel d e. Seze den Zirkel in d, und ziehe aus e den halben Bogen e f. Seze den Zirkel wieder in c, und ziehe aus f den halben Bogen f g. Seze den Zirkel wieder in d, und ziehe aus g den halben Bogen g a, und fahre so lange damit fort, als man will, oder vorgegeben ist.

Sollen die Linien doppelt werden, so darf man nur nebst den Punkten c und d, zwei andere Punkte, 1 und 2, annehmen, und auf vorige Art verfahren,

§. 26.

7te Aufgabe.

Eine immer weiter auseinander laufende Schneckenlinie zu zeichnen.

Tab. I. Fig. XI. Num. 3. und Tab. X. Fig. 17.

Man trage auf die Linie a b aus dem Punkt c drey, vier, fünf ꝛc. gleiche Theile, sowohl zur Rechten in d e f g, als auch zur Linken in m n r s. Seze den Zirkel in c, und ziehe aus d den kleinen Zirkel, dieses heißet das Schneckenauge. Seze nun in d den Zirkel ein, mache ihn auf bis m, und ziehe den halben Zirkel o m. Seze in m ein, mache den Zirkel auf bis o, und ziehe o n. Seze in c ein, und eröfne den Zirkel bis n, ziehe n w u. s. w.

§. 27.

8te Aufgabe.

Eine noch andere, zum Schnirkel in einem Jonischen Kapital gehörige Schneckenlinie zu zeichnen.

Tab. I. Fig. XI. Num. 4. und Tab. X. Fig. 18.

Man ziehe einen kleinen Zirkel und theile ihn in acht gleiche Theile, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. Seze den Zirkel in 1, thue ihn auf bis 5, ziehe den Bogen zwischen den Schenkeln 5, 6. Seze den Zirkel in 2, und ziehe den Bogen zwischen den Schenkeln 6, aus 3 aber

den

den Bogen 6, 7; aus 4 den Bogen 7, 8; aus 5 den Bogen 1, 2, u. s. w.

§. 28.

9te Aufgabe.

Eine ovale Schneckenlinie zu zeichnen.

Tab. I. Fig. XI. Num. 5. und Tab. X. Fig. 19.

Ziehe eine Linie a b, und nehme darauf die beiden Punkte c und d in beliebiger Weite an. Schneide mit c d bei o und r die Kreuzbogen, und ziehe die Linien r d n und r c p, auch o c h und o d k. Ziehe mit a b eine kleine Parallellinie aus r in x so groß, als man die Weite der Schneckenlinie haben will. Seze nun den Zirkel in x, und ziehe den Bogen h p. Seze den Zirkel in o, mache ihn auf bis h, und ziehe den Bogen h k. Aus d ziehe man k b n. Nun seze man in r ein, und ziehe den Bogen i l. Aus c aber ziehe man wieder den Bogen l m; aus o den Bogen m q; aus d den Bogen q h; aus c den Bogen e f u. s. w.

I. b.

Von zusammengesezten Linien.

§. 29.

10te Aufgabe.

Eine Perpendikularlinie auf einer Horizontallinie aufzurichten.

Oder:

Wenn ein Punkt auf einer geraden Linie gegeben ist, eine Perpendikularlinie aus demselben aufzurichten.

Tab. II. Fig. VI.

Es sey solches die Linie t e, auf welcher man eine Perpendikular Linie aus dem Punkte u aufrichten will. Man beschreibe zu diesem Ende aus diesem Punkte, als aus einem Mittelpunkte, mit dem Zirkel nach Belieben den Halbzirkel t e, der die Linie t e bey den Punkten t und e in gleicher Entfernung von dem Punkte u durchschneide. Mache mit einer selbst beliebigen Oefnung des Zirkels aus den Punkten t und e die beyden Zirkelbogen k, und ziehe aus dem Punkte, wo sie sich durchschneiden, zu dem Punkte u die Linie k u, welche alsdann perpendikular auf der Linie t e stehen wird.

§. 30.

§. 30.

11te Aufgabe.

An den äußersten Enden einer Linie eine Perpendikularlinie aufzurichten.

Tab. II. Fig. VI.

Es sey der Punkt l auf der Linie f l, auf welchem man eine Perpendikularlinie aufrichten soll. Man trägt auf die Linie f l nach r ein beliebiges Maaß, fasset l r mit dem Zirkel, und machet aus l und r in s kleine Bögen; wo sich diese schneiden, daselbsten und an r wird ein Linial angelegt, und die Linie r c gezogen, auf diese wird von s nach c die Größe r s getragen, und mit einen kleinen Bogen abgeschnitten. Man sezet den Zirkel wieder in l, öfnet ihn bis zu dem Durchschnittspunkte c, und machet einen kleinen Kreuzbogen, von diesem Punkt ziehet man bis zu dem Punkt l eine Linie, so hat man die verlangte Perpendikularlinie.

§. 31.

12te Aufgabe.

Aus einem Punkt eine Perpendikular auf eine Horizontallinie zu fällen.

Tab. II. Fig. VI.

Der gegebene Punkt sey y, aus welchem eine Perpendikularlinie auf die Linie v w gefällt werden soll. Der Zirkel wird in den Punkt y gesezt, und daraus die Punkte v w auf dieser Linie angedeutet.

Aus diesen Punkten v w werden in x zwey kleine Bögen gerissen. An dem Durchschnitt x und dem Punkt y wird ein Linial angelegt, und von y bis z die Perpendikularlinie y z gezogen.

§. 32.

Anmerkung.

Wenn man Linien auf dem Papier vor sich hat, so kann man dieses ganzen Verfahrens überhoben seyn, wenn man sich des Winkelmaaßes zum Aufrichten oder Fällen der Perpendikularlinien bedienen will. Bey dem Aufrichten derselben sezet man eine von den beyden Seiten des Winkelmaaßes auf die gegebene Linie, so daß der Winkel desselben genau auf den gegebenen Punkt zutreffe. Bey dem Fällen derselben verfährt man auf eben die Weise, und schiebt es so lange fort, bis die andere Seite desselben auch gerade auf dem abgestochenen Punkte sich befinde, und ziehet sodann eine Linie an dieser andern Seite des Winkelmaaßes herab.

§. 33.

13te Aufgabe.

Eine Linie zu ziehen, die mit einer gegebenen Linie parallel ist.

Tab. X. Fig. 21.

Der Zirkel wird auf der gegebenen Linie a b in e gesezt, und mit dem andern Fuß, worin der

Bleystift oder die Reißfeder eingeschraubt ist, in nöthiger Weite wird der Bogen g h gerissen. Alsdann wird der unverruckte Zirkel in F gesezt und der Bogen i k gerissen. Darauf wird auf die Schärfe der Bogen l und m das Linial genau angelegt, und die Linie c d gezogen, so wird dieselbe zu a b parallel seyn.

§. 34.

Anmerkung.

Man kann auch nach dieser Anweisuug auf einer gegebenen Linie ein Quadrat zeichnen, in dem man an ihren äussersten Enden zwey Perpendikularen aufrichtet, die so hoch sind, als die gegebene Linie lang ist, und die Figur zulezt durch eine gerade Linie schließet.

§. 35.

Auf eine andere Art.

Tab. X. Fig. 22.

Es soll zu der gegebenen Linie n o eine Parallel p q, so 8 Schuh von der gegebenen absteht, gezogen werden. Solches erhält man, wenn man bei r und s mit dem hölzernen Dreieck *) oder dem Winkelhacken Perpendikulare r t und s v aufrichtet, und das Maas von

*) Dergleichen zwei Dreiecke, von sauberm Birnbaumholz gemacht, mit welcher Parallel- und Perpendikularlinien gezogen werden können, 10 Zoll lang und 5 Zoll hoch, kosten 8 Ggr. oder 36 kr.

von 8 Schuhen darauf absticht, an t und v das Linial anlegt, und die Linie p q ziehet; so ist solche zu der Linie n o eine Parallellinie.

§. 36.

Auf eine andere Art, durch Hülfe des Parallellinials.

Tab. X. Fig. 23.

Die obere Regel des Parallellinials b c, wird genau an die gegebene Linie e f angelegt. Darauf wird die untere Regel a d fest gehalten, die obere b c aber an den Punkt geschoben, welches die Weite der Parallele erfordert, hier g, und die Linie g h gezogen. Sollte mit dem Parallellinial der Punkt g auf eine Schiebung nicht erreicht werden, so hält man die obere Regel b c fest, und schiebt die untere a d nach; hält hernach diese fest, und schiebet die obere weiter. Auf diese Art wird so fortgefahren, bis die obere Regel den Punkt g erreichet.

§. 37.

Auf eine noch andere Art, mit dem Linial und Dreieck.

Tab. X. Fig. 24.

Wenn zu der gegebenen Linie d e die Parallele h i gezogen werden soll; so legt man die Seite des Dreyecks a c an die gegebene Linie d e an, und an die Seite a b das Linial f g. Dieses wird recht fest gehalten, und das Dreieck bis nach h geschoben, und die Parallele h i gezogen.

I. c.

Von Theilung und Messung der Linien.

§. 38.

14te Aufgabe.

Eine gegebene Linie in zwei gleiche Theile zu theilen.

Tab. X. Fig. VI.

Die gegebene Linie sey v w. Der eine Fuß des Zirkels wird in v eingesezt, und gegen w etwas über die Hälfte geöfnet. Der eine Fuß des Zirkels bleibt in v stehen, mit dem andern wird bey x y ein kleiner Bogen gemacht. Der unverrückte Zirkel wird in w eingesezt, und von da aus die bey x und y gezogene kleine Bögen mit andern durchschnitten. An die Durchschneidungspunkte wird ein Linial recht genau angelegt, das die Linie v w in zwey gleiche Theile theilen wird.

§. 39.

Anmerkung.

Was man auf dem Papier mit dem Zirkel thut, das geschieht auf dem Felde mit einer Schnur.

§. 40.

Eine andere Art.

Tab. X. Fig. 25.

Es wird der eine Zirkelfuß in A eingesezt, und gegen b, dem Augenmaß nach, über die Hälfte geöfnet

net, und der Bogen c d gerissen. Hernach wird der unverrückte Zirkel in b eingesezet, und von da aus der Bogen e f gezogen. Wo sich diese beide Bögen schneiden, daselbst wird ein Linial angelegt, und die Linie g h gezogen, welche a b in zwey gleiche Theile theilet.

§. 41.

15te Aufgabe.

Eine jede Linie in begehrte gleiche Theile ohne Zirkel zu theilen.

Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 16.

Es sey a b die Linie, welche man zum Beispiel in drey gleiche Theile theilen will. Man ziehe nach Belieben durch die beiden äussersten Punkte die unbestimmten Parallellinien a c und b d. Nehme auf der Linie a c einen selbst beliebigen Punkt, und mache die Linie e h parallel mit a b. Ziehe sodann die Linie e b und die mit derselben fortgehende Linie f h. Mache ferner f g parallel mit e h, und c g parallel mit f h. Ziehe die Linie c b und hierauf die Parallelen f i und e k, welche die vorgelegte Linie a b in drey gleiche Theile theilen werden, weil zufolge dieses Verfahrens die Triangel a e k, a f i rnd a c b gleiche Winkel haben.

Diese wizige Methode kann man insonderheit alsdann gebrauchen, wenn man eine Linie in eine gewisse Anzahl von Theilen eintheilen will, die keine Dividenten haben, wo man mit dem Zirkel nur blindlings rathen muß.

Sie kann auch auf dem Felde gebraucht werden, wenn der Raum, den man theilen will, durch allerhand Gegenstände unterbrochen ist, welche die Theilung sehr schwer machen würden.

§. 42.

16te Aufgabe.

Eine jede vorgegebene Linie in so viele gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.

Tab. X. Fig. 26.

Es sey die gegebene Linie a b. Aus a ziehe man eine andere Linie a c etwas schräg gegen die erstere, so lang man will. Setze den einen Zirkelfuß in a, den andern in c, und ziehe von c bis zu der Linie einen Bogen. Auf gleiche Art verfahre man in b, und ziehe von der Linie nach d einen andern Bogen. Trage die Weite des Bogens von c bis zur Linie, auf den andern Bogen von der Linie bis d, ziehe auf diesem Punkt von b eine Linie, die der Linie a c parallel seyn wird. Sodann trage man mit beliebiger Zirkelöfnung aus a gegen c, imgleichen aus b gegen d so viele Theile, als die gegebene Linie bekommen soll, weniger einen, d. i. wenn z. B. die Linie a b in sechs Theile soll getheilet werden, so nimmt man von a gegen c, imgleichen von b gegen d, nur fünf Theile. Nun ziehet man die gegen einander überstehende Theilungspunkte mit geraden Linien zusammen, wodurch die Linie a b in die verlangten Theile wird getheilet seyn.

§. 43.

§. 43.
Auf eine andere Art.

Tab. X. Fig. 27.

Die gegebene Linie seye a b, die z. B. hier in sieben gleiche Theile getheilt werden soll.

Man ziehe die punktirte Linie c d etwas länger, als die gegebene a b ist, und trägt mit einer beliebigen Eröfnung des Zirkels sieben gleiche Theile darauf. Die Länge dieser sieben Theile wird mit dem Zirkel gefaßt; man läßt den einen Fuß des Zirkels in c stehen, mit dem andern aber wird bey e ein kleiner Bogen gerissen. Diesen Bogen durchschneidet man aus b mit dem unverruckten Zirkel, und ziehet von e nach c, und von c nach d punktirte Linien, so erhält man einen gleichseitigen Triangel. Ferner zieht man auch von e nach den Punkten 1. 2. 3. und so weiter, punktirte Linien. Endlich faßt man mit dem Zirkel die gegebene Linie a b, welche getheilt werden soll, und trägt ihre Länge von e nach a und b. Zulezt wird an a und b das Linial angelegt, und die Linie a b gezogen; so wird dieselbe in die verlangte (als hier in sieben) gleiche Theile getheilet seyn.

Dieß ist auch zugleich die Art, eine vorgegebene gerade Linie eben in solche gleiche oder ungleiche Theile abzutheilen, in die eine andere vorgegebene gerade Linie getheilet ist.

§. 44.
Ein Schema, nach welchem eine Linie von 2 bis in 25 Theile zu theilen ist.

Tab. XI. Fig. 28.

Dieses Schema a stellet ein Parallelogram vor, dessen zwey kurze Seiten in 25 Theile getheilt, die durch Parallellinien zusammengezogen sind. Diese Linien sind neben an der Seite durch Zahlen bezeichnet. Der Gebrauch davon ist folgender. Man verlangt z. B. eine Linie in fünf gleiche Theile zu theilen, man nimmt mit dem Zirkel die Länge der vorgebenen Linie, sezet den einen Fuß in die erste, den andern aber in die fünfte Linie, ziehet sodann die zwei Punkte zusammen, so wird solche durch die Schneidung der Parallellinien in die verlangten fünf gleichen Theile getheilet seyn. *)

§. 45.
Von Maasstäben.

Wenn man ganz kleine oder kurze Linien, auch längere in ganz kleine Theile theilen will, so tritt hier die Theilung ein, die zu genauen Maasstäben gebraucht wird, wodurch man die Größe anderer Linien

nien

*) Dieses Schema, nebst noch einem, wodurch ein Zirkel von zwei bis in zehn gleiche Theile getheilet werden kann, jedes auf Pappe gezogen, in Futteral, sind bey mir beide zusammen für 4 Ggr. oder 18 kr. zu haben.

nien in Zahlen aussprechen, und auch gegentheils die Zahlen wieder in Linien verwandeln kann. Man unterscheidet sie in gemeine, dergleichen Fig. 29. Tab. XI. dreierlei Arten mit RS, T V und W X vorstellet, und künstliche oder tausendtheilige, wie bei Fig. 30.

§. 46.

17te Aufgabe.

Wie eine sehr kurze Linie zu theilen.

Tab. XI. Fig. 31.

Es seye z. B. a b eine sehr kurze Linie, die man auf vorbeschriebene Art in sehr kleine Theile entweder nicht habeu, oder nicht genau unterscheiden kann. Man ziehe also eine Linie a c, trage auf solche so viele Theile mit einer gefälligen Zirkelöfnung, als die kleine Linie bekommen soll, richte aus dem ersten und lezten Punkt kurze Perpendikularlinien auf a b c d, oder auch schräge Parallellinien, (welches eines ist,) die genau die Länge der vorgegebenen Linie haben; ziehe die zwei obern Punkte zusammen, damit man ein Parallelogramm erhält, und träget auf die andere Linie b d eben die Theile, wie in der ersten; ziehet sodann diese Punkte mit den gegenüberstehenden zusammen, und ziehet die Diagonale a d, diese wird alle verlangte Theilungspunkte in den kleinen Linien genau anzeigen.

§. 47.

18te Aufgabe.

Eine Linie in 100 Theile zu theilen.

Tab. XI. Fig. 32.

Aus dem vorigen §. fließet der große Vortheil, wie man eine Linie in 100 oder 1000 und 10000 gleiche Theile mit leichter Mühe theilen kann.

Eine Linie in 100 Theile zu theilen, wird auf folgende Art verfahren. Man machet aus der vorgegebenen Linie entweder ein Quadrat oder Parallelogramm, theilet solches oben und unten in zehn gleiche Theile mit Parallellinien. Alsdann theilet man die andern zwei Seiten an diesem Parallogram ebenfalls in zehn gleiche Theile, zieht von dem obersten Winkel zu dem ersten Punkt unten, auch von dem ersten obersten Punkt zu dem zweiten Punkt unten, imgleichen vom zweiten zum dritten, u. s. w. bis auf den lezten Winkel unten Transversallinien, welche die vorgegebene Linie nach Verlangen in 100 Theile theilen werden.

Auf dem Felde gebraucht man den großen landüblichen Maasstab von Ruthen, Füssen, Zollen und Linien. Auf dem Papier aber nimmt man eine kleine beliebige Länge zur Ruthe an, theilet sie in Fuß oder Schuh, Zoll und Linien, §. 43. welches man hernach den verjüngten Maasstab §. 48. nennet.

§. 48.

19te Aufgabe.

Eine Linie in 1000 Theile zu theilen.

oder:

Einen verjüngten Maaßstab zu verfertigen.

Tab. XI. Fig. 33.

In 1000 Theile wird eine Linie auch auf die vorige Art getheilet. Man braucht nur die Länge des Parallelogramms in 50, die Breite aber in 20 Theile zu theilen, und die Transversallinien wie in voriger Aufgabe zu ziehen.

§. 49.

oder nach Tab. XI. Fig. 34.

Man nehme in der Länge zehn gleiche Theile, und mache aus dem ersten Theile wieder zehn Theile mit zehn Transversallinien wie im §. 37. geschehen; so hat man 1000 kleine Theile; wie auf einem verjüngten Maasstaab zu sehen. Die Breite des Parallelogramms theilet man auf beiden Seiten auch in zehn Theile, und ziehet die Punkte mit Parallellinien zusammen, so hält die erste Abtheilung 100 und die Länge des Parallelograms 1000 Theile. Zulezt schreibt man die Zahlen der Maaße dazu, so ist der Maasstab fertig. Es können die Zahlen Ruthen, oder auch Schuhe bedeuten, nachdem man einen großen oder kleinen Riß aufzutragen hat.

§. 50.

Gebrauch des Maasstabes.

20ste Aufgabe.

Von dem Maasstabe ein gegebenes Maas abzustechen.

Tab. XI. Fig. 33.

Es seye z. B. das gegebene Maas 65 Ruthen: so wird der eine Zirkelfuß in 60 eingesezt, und der andere bis zu der Zahl 5 der kleinen Theile, geöfnet, so erhält man 65 Ruthen. Sind z. B. 40 Ruthen abzustechen, so wird der Zirkel in 40 eingesezt, und bis dahin, wo die kleinern Theile anfangen, geöfnet, so erhält man 40 Ruthen. Es geschiehet meistens, daß bey den Ruthen noch Schuhe sind; z. B. 36 Ruthen 4 Schuhe. Der Zirkel wird bei 30 eingesezt, und man fährt mit demselben auf der senkrechten Linie bis zur vierten Parallele hinauf, und öfnet denselben, bis er die Transversallinie von 6 berühret, so bekommt man 36 Ruthen 4 Schuh.

§. 51.

21ste Aufgabe.

Das Maas einer gegebenen Linie auf dem Maasstab zu finden.

Die gegebene Linie wird mit dem Handzirkel gefasset. In dieser Oefnung wird der eine Zirkelfuß in eine der Querlinien 10, 10. oder 20, 20. oder 30, 30. und so fort gesezet, daß der andere Fuß des Zirkels irgendwo

gendwo in das kleine Nezlein zu stehen kommt. Hierauf wird mit dem Zirkel auf der Perpendikular 10, 10 ꝛc. nachdem es die Länge der gegebenen Linie erfordert, so lang auf und abwärts gefahren, bis ein Punkt erreichet wird, da die lange Parallele von einer Transversallinie durchschnitten wird, wobei aber zu merken, daß beide Zirkelfüße in einer Parallele stehen müssen. Z. B. die gegebene Linie reiche bis 50, 50; so wird auf dieser Perpendikulare so lang auf und niedergefahren, bis sich ein Punkt ergiebet, wo sich eine Transversal und Parallele schneidet; so erhält man die Länge der gegebenen Linie, die etwa 56 Ruthen und 4 Schuh seyn kann. Durch die Uebung kann man diese Aufgabe leichter begreifen, da sie mit Worten nicht so deutlich zu erklären ist.

§. 52.

22ste Aufgabe.

Einen Nonius zu einem Maasstabe zu machen.

Tab. XI. Fig. 35. 36.

Er dienet schon, kleine Theile eines Maasstabes in noch kleinere zu theilen, und ist bei geraden und krummen Linien anwendbar. Z. E. es soll eine gegebene Linie in viel kleinere Theile getheilet werden; so verlängert man die gegebene Linie so vielmal, als kleine Theilchen werden sollen; nemlich: wenn sie in fünf Theile getheilt werden soll, noch fünfmal, so daß die gegebene Linie sechsmal aneinander stehet, und nur eine

Linie

Linie machet. Sodann ziehe man eine andere von gleicher Länge dieser parallel; theile solche in so viel Theile, als in der gegebenen Linie verlangt worden, nemlich hier in fünf, so wird das erste Stück dieser andern Linie um $\frac{1}{5}$, das andere um $\frac{2}{5}$ u. s. w. die vorgezeichnete Linie überschreiten, da man dann in das lezte Stück alle verlangte Theile übertragen kann.

Brander in Augsburg theilte durch einen Nonius den 20sten Theil eines Zolls damit noch in funfzig Theile.

§. 53.

Von den geometrischen angenommenen Maaßen.

Bey geometrischen Vermessungen theilet man, der Bequemlichkeit im Rechnen wegen, die Ruthe in 10 Fuß oder Schuh, den Fuß in 10 Zoll, den Zoll in 10 Linien. Hiernach besteht also der Fuß in 100 Linien.

Im gemeinen Leben theilet man den Schuh in 12 gleiche Theile oder Zolle, und den Zoll wieder in 12 Theile oder Linien. Mithin enthält der Fuß 144 Linien.

Ruthen, Fuße, Zolle und Linien bezeichnet man mit o, ', '', '''; 5° 8' 6'' 4''' wird 5 Ruthen, 8 Fuß, 6 Zoll und 4 Linien ausgesprochen.

Das kleinste Zeichen soll, um der Kürze willen, nur auf die lezte Zahl, von der Linken gegen die Rechte, gesezt werden. Z. E. 5864''' bedeutet eben so viel, als das vorige.

Wenn

Wenn im bürgerlichen Leben der Fuß in 12 Zolle, in der Geometrie aber derselbe in 10 Zolle eingetheilt wird, so werden sich beide Fußmaaßen, wenn beide gleich groß angenommen werden, in Ansehung der Eintheilung wie 12 : 10 = 6 : 5 verhalten; oder 6 zwölftheilige Zolle ꝛc. sind gleich 5 Zehntheilige; oder 1 geometrischer Zoll ist = $1\frac{1}{5}$ = 1, 2 zwölftheiligen Maaße.

Nach diesem Verhältniße läßt sich also das eine Fußmaas leicht auf das andere bringen.

§. 54.

Verschiedene Größen der Fußmaaße und ihre Gleichung.

Da die Größe des Fußmaaßes so sehr verschieden ist, und in den meisten Ländern in Ansehung der Größe von einander abweicht, man auch nicht allemal Gelegenheit hat, sich das Fußmaaß von jedem Lande anzuschaffen, so muß man durch eine genaue Vergleichung derselben gegen einander, diesen Mangel auf eine andere Art zu ersezen suchen.

Zu dieser Vergleichung hat man in der Mathematik und Naturlehre den französischen Fuß angenommen. Dieser wird in 12 Zolle, der Zoll in 12 Linien, und jede Linie in 10 gleiche Theile eingetheilet, so daß der Fuß aus 1440 zehntheiligen oder aus 14400 hunderttheiligen Linien besteht.

Von diesen Theilen gehen auf den

Nürnberger Fuß	-	-	13467
Amsterdamer —	-	-	12570

Ver-

Berliner	Fuß	-	-	13730
Braunschweiger	—	-	-	12650
Bremer	—	-	-	12820
Breßlauer	—	-	-	12600
Calenberger	—	-	-	12916
Dänischen	—	-	-	14034
Danziger	—	-	-	12715
Frankfurther	—	-	-	12700
Hamburger	—	-	-	12700
Hannöverschen	—	-	-	12953
Holsteiner	—	-	-	13376
Königsberger	—	-	-	13640
Leipziger	—	-	-	12520
Londner	—	-	-	13511,54
Lübecker	—	-	-	12870
Mannheimer	—	-	-	12865
Mecklenburger	—	-	-	12890
Rheinländischen	—	-	-	13913
Rigaischen	—	-	-	12160
Rostocker	—	-	-	12820
Rußischen	—	-	-	23856
Schwedischen	—	-	-	13159
Stettiner	—	-	-	12530
Strasburger	—	-	-	12820,8
Ulmer	—	-	-	12953
Wiener	—	-	-	14011,7
Würtemberger	—	-	-	12780
Zürcher	—	-	-	13300

Nach

Nach dieser kleinen Tabelle lassen sich die Fußmaaßen verschiedener Länder und Städte miteinander auf folgende Art vergleichen: Wenn ich z. B. aus der Tabelle sehe, daß der Hamburger Fuß aus 12700 Theilen des französischen Fußes bestehe, und auf den Rheinländischen 13913 derselben gehen, so müßen sich beide Fußmaaßen gegeneinander umgekehrt wie diese Zahlen verhalten. Das heißt: 13913 Hamburger Fuß = 12700 Rheinländischen. Wollte ich wissen wie viel 50 Rheinl. Fuß Hamb. machen, so müßte ich so rechnen:

13913 Hamb. Fuß : 12700 Rheinl. = 50 Fuß Hamb.?

Die vierte Zahl ist = 45, 64 = 45' 7" 8, 16"' zwölftheiliges Maaß.

Ich müßte den Satz umkehren, wenn ich Rheinländische auf Hamburger bringen wollte.

§. 55.

Von Messung krummer Linien.

Krumme Linien sollen mit krummen Linien gemessen werden. Hierzu kann man den Zirkel zum Maasstaab erwählen, und die krummen Linien durch Zirkelbogen messen. §. 57.

II. a.

Von Winkeln.

§. 56.

Was ein Winkel ist.

Tab. II. Fig. I. II. III.

Ein Winkel B A C ist eigentlich die Neigung zweyer Linien B A und C A gegeneinander, in einen gemeinschaftlichen Punkt.

Ein Winkel kann entweder mit einem Buchstaben bezeichnet werden, der ausser oder in dem Winkel stehet, oder auch mit drey Buchstaben, so daß der Buchstabe, welcher bey der Spize des Winkels stehet, in die Mitte komme z. E. Tab. I. Fig. V. Num. 1. den Winkel a b c.

Der Winkel ist entweder

1. ein rechter Winkel A. da die beyden Linien B A und C A gegeneinander perpendikular sind; oder wenn die Eröfnung der Linien wie Fig. XVIII. Tab. IV. die Hälfte des halben Zirkels beträgt, oder 90 Grad hat. §. 57.
2. Oder ein spitziger Winkel Fig. II. a, b, c, wo die Eröfnung kleiner als bei einem rechten Winkel ist, und also weniger als 90 Grad hat.
3. Oder auch ein stumpfer Winkel Fig. III. wenn sie größer als bei einem rechten Winkel ist, oder wenn die Eröfnung mehr als die Hälfte des halben Zirkels beträgt, und mehr als 90 Grade hat.

Man bemerkt an einem Winkel:

1) die Basis oder Grundlinie desselben. Fig. I. a b.

2) die Schenkel des Winkels a c, a b.

3) die Spize des Winkels a.

§. 57.

Von dem Maase des Winkels.

Die Weite des Winkels wird mit einem Zirkelbogen gemessen, wie bei Fig. I. II. III. zu sehen; der von der Spize aus von einem Schenkel zum andern gezogen worden. Das Maas eines Winkels ist ein Stück von einem in 360 Grad getheilten Zirkelbogen. Es enthält daher der halbe Zirkel 180 Grad, als in welche Theile der Transporteur getheilet ist, der sich bei jedem Reißzeuch befindet und zum Zeichnen auf dem Papier unentbehrlich ist. Ein Viertelszirkel oder rechter Winkel 90 Grad, und ein Sechstel 60 Grad, ein halbrechter Winkel aber, oder die Hälfte von einem rechten Winkel, 45 Grad.

Die Grade werden mit einem kleinen Ringlein bezeichnet, daß oben an die Zahl geschrieben wird (5°). Jeder Grad wird wieder in 60 Minuten getheilt, deren Zeichen ein Strichlein ist (5° 8′). Eine Minute wieder in sechzig Sekunden, welches mit zwei Strichlein bemerket wird (5° 8′ 3″). Ferner eine Sekunde in 60 Tertien, die man mit drei Strichlein andeutet (5° 8′ 3″ 4‴), und so kann man Quarten, Quinten und noch mehr annehmen, wie oben in den Dezinal-

maaßen §. 43. geschehen. Nur ist zu bemerken, daß jedes wieder in 60 Theile muß getheilt werden.

Zur Messung und Abtragung der Winkel auf dem Papier bedient man sich eines in 180 Grad getheilten Zirkels, den man den Transporteur nennet, der gewöhnlich von Meßing ist, aber auch von Horn, Pappe und steiffem Papier seyn kann.

Auf dem Felde bedient man sich großer halber und ganzer in ihre Grade getheilter Zirkel. Ein solches Instrument nennt man ein Astrolabium.

§. 58.

Von noch unterschiedenen andern Benennungen der Winkel.

Die Winkel haben nach ihrer Lage noch verschiedene Benennungen, unter denen die gebräuchlichsten folgende si nd:

1. Darneben gesezter Winkel, Tab. II. Fig. III. e f. auch aneinander stossende Winkel, sind diejenigen, welche eine gerade Linie machet, wenn sie auf eine andere zu stehen komm t b. b. trift nun eine Linie die andere perpendikulär, so machet sie zwar zwei gleiche Winkel, dem ohngeachtet heißen sie aneinander stossende Winkel. Fällt sie aber schief auf, so werden zwei ungleiche Winkel, die zusammen ebenfalls zweien rechten gleich sind, weil der spizige um so viel kleiner als der stumpfe größere ist, als

ein

ein rechter Winkel; beide aber machen 180 Grade aus.

2. Wenn der Winkel b. Fig. III. neben den Winkel f gesetzet, einen geraden Winkel ausmachet, so heißet der eine das Komplement des andern.

3) Wenn der Winkel f e b neben den Winkel b gesezt, zwei gerade Winkel ausmacht, so heißt einer das Komplement im halben Zirkel, oder kürzer, das Supplement des andern.

4. **Benachbarte Winkel.** Tab. I. Fig. X. Num. 2. a, b, c, heissen, welche um einen Punkt herumstehen. Sie machen 360 Grade aus. Tab. IV. Fig. XVI.

5. **Vertikal Winkel.** Tab. IV. Fig. XXI. Num. 1. n x, r o. Obschon zwei Linien zusammen, wenn sie einander durchschneiden, unterschiedliche Winkel machen, so entstehen doch dabei vornemlich die Vertikalwinkel, oder solche Winkel, da der eine den andern mit der äussersten Spize anrühret. Die Winkel sind aber einander gleich, denn jeder ist das Supplement eines einigen Winkels.

6. **Wechselwinkel.** Diese entstehen daher, wenn eine Linie zwei andere durchschneidet A B, C D, Fig. XXII. und folglich acht Winkel entstehen, davon die zwei obersten und die zwei untersten, äussere Winkel; die übrigen vier aber, gegen innen zu, innere Winkel genannt werden. Die

abwechselnden Winkel aber sind r u und n m. Zugleich lassen sich dabei die aneinander stossende, benachbarte und Vertikalwinkel erklären. Da m n Wechselwinkel sind, so ist m ein innerer, in Absicht des Winkels x, und x ein äußerer Winkel.

7. Entgegengesezte Winkel sind auf eben dieser Figur u und n, und m und r.

8. Centerwinkel. Der Winkel an dem Mittelpunkt ist ein Winkel a b d Fig. XIX. und Fig. XXI. Tab. IV. a e d und f b c, dessen Scheitel in dem Mittelpunkt des Zirkels, die Schenkel aber a b, und a d. Fig. XIX. sich in dem Umkreise endigen.

Der Winkel an dem Mittelpunkt ist von zwei Radiis eingeschlossen, und stehet demnach auf dem Bogen b d, folglich ist der Bogen b d sein Maaß.

9. Peripheriewinkel Fig. XX. Tab. III. und Fig. XXI. Tab. IV. Ein Winkel an der Peripherie ist ein Winkel e f g. Fig. XX. dessen Scheitel g und Schenkel g e und g f sich in dem Umkreiß endigen. Er ist also von zwei Sehnen e g und f g eingeschlossen, und steht auf dem Bogen e f.

Der Winkel an dem Mittelpunkt oder Centerwinkel ist zweimal so groß, als der Winkel an dem Umkreiß oder der Peripheriewinkel, der mit ihm auf einem Bogen stehet.

Weil

Weil b d Fig. XXI. das Maaß des Winkels an dem Mittelpunkt b f a d ist, so ist die Hälfte des Bogens b d das Maaß des Winkels g h i k an dem Umkreis.

10. **Gleichnamige Winkel.** Fig. IX. Tab. II. Num. 2. 3. Hier sind die Winkel a und A einander gleich, auf gleiche Art b und B, c C und d D. Der Beweiß ist, daß wenn man die Weite eines jeden Winkels durch Grade misset, so sind sie einander an Inhalt gleich, die Figur mag größer oder kleiner seyn; auch sind sie von gleichnamigen Seiten eingeschlossen, und ebenfalls mit einerlei Buchstaben bemerket.

11. Eben so sind die Seiten sich gleichnamig in ähnlichen Figuren, wie hier die Figuren 2. 3. welche mit gleichnamigen Buchstaben, nemlich a b und A B, c d und C D, b c und B C, a d und A D bezeichnet werden.

12. Ein **schiefer Winkel** ist, welcher kein rechter, sondern entweder ein stumpfer oder spiziger Winkel ist.

II. b.

Aufgaben von der Theilung und Zeichnung der Linien.

§. 59.

23ste Aufgabe.

Einen rechten Winkel zu zeichnen.

Man seze auf die gegebene Linie, worauf der Winkel kommen soll, einen Perpendikul, wie bei §. 29. 30. 31. 32. gezeiget worden.

§. 60.

Auf eine andere Art.

Fig. 37.

Man theile die gegebene Linie a b in zwei gleiche Theile §. 38. Ziehe aus c einen halben Zirkel auf a b. Ziele die Linie a d und d b, oder a e und e b, oder a i und i b &c. so sind die Winkel o u r lauter rechte Winkel.

Werden die Linien a d und d b, a e und e b, a i und i b weiter ausgezogen, so bekommt man noch dreimal mehr rechte Winkel.

§. 61.

24ste Aufgabe.

Spitzige und stumpfe Winkel mit dem Transporteur zu zeichnen.

Fig. 38.

Man ziehe die Linie a b. Seze die Spize des Transporteurs in o. so daß die Schärfe desselben genau auf die Linie a b passet.

Will man einen spitzigen Winkel haben von etwa 34°; so zehlet man von n gegen e die 34° auf dem Transporteur ab; machet bei e einen Punkt, und ziehet von o bis d eine Linie, so ist d o b ein spiziger Winkel von 34°. (§. 56. 57.)

Will man einen stumpfen Winkel haben, z. E. von 120°; so zehlet man über 90° bis nach k 120°, so ist der Winkel k o b = 120°, folglich ein stumpfer Winkel. (§. 56.)

§. 62.

25ste Aufgabe.

Einen gegebenen Winkel z. E. von 84° ohne Transporteur zu zeichnen.

Fig. 39.

Man ziehe die gerade Linie a b, und aus a den Bogen b s. Seze den Radium a b aus b in e; so ist der Bogen b e = 60°. (§. 57.)

Mau theile den Bogen e b in zwei gleiche Theile, und die Hälfte von b n theilet man ferner durchs Pro-

diren in drei gleiche Theile, so hat man von b bis m einen Bogen von 10 Graden, theilet man nun diese 10° in zwei Theile, so hat man 5°, die 5° theilet man wieder in 5 Theile.

Nun seze man r b = 20° aus e in o, so ist der Bogen b o = 80°. Wenn man nun die 4° dazu sezet, so ist c b = 84°. Also auch der Winkel c a b = 84°.

§. 63.

26ste Aufgabe.

Die Winkel auf dem Papier von einem Ort zum andern abzutragen.

Fig. 40.

Man seze in a den Zirkel ein, und ziehe in beliebiger Weite den Bogen c d. Ziehe eine gerade Linie e g, seze den Zirkel in e und ziehe mit voriger Erōfnung den Bogen g f. Seze den Zirkel wieder in c ein, mache ihn auf bis in d, und mit dieser Erōfnung schneide man aus g in k den Punkt k ab; so ist der Winkel bey e gleich dem Winkel bey a.

§. 64.

27ste Aufgabe.

Auf andere Art mit dem Transporteur.

Fig. 41.

Man lege den Transporteur mit seiner Spitze an die Spitze des Winkels a, so daß die Schärfe des Transporteurs a c auf die Linie a b fället. Man zehle

auf

auf den Transporteur durch den wie vielsten Grad die Linie a d gehet. Z. E. man findet durch den 49sten Grad. Man ziehe darauf die Linie d f, und lege wieder den Transporteur auf d f, wie vorher §. 61. gemeldet worden, mit der Spitze in d. zehle auf dem Transporteur 49° ab, und mache daselbst in n einen Punkt. Ziehe endlich von d durch den Punkt n die Linie d m, so ist der Winkel a = d.

§. 65.

28ste Aufgabe.

Einen Winkel in zwei oder mehr gleiche Theile zu theilen.

Fig. 42.

Man ziehe aus a den Bogen c e mit beliebiger Eröfnung des Zirkels. Seze a e in e b, und ziehe den Bogen d b. Seze in e ein, öfne den Zirkel bis c, und trage dieses auf den Bogen d b in f. Ziehe von a bis f eine Linie, so ist der Winkel c a e in zwei Theile getheilt.

Soll der Winkel a in 3, 4, 5 Theile getheilet werden; so darf man nur a e auch 3, 4, 5mal aus a gegen b tragen, und so verfahren, wie erst gezeiget worden.

§. 66.

Auf eine andere Art.

Fig. 43.

Man schneide aus c zwei Punkte mit beliebiger Eröfnung in e und f ab. Mit eben dieser oder einer andern Eröfnung schneide aus e und f die Kreuzbogen in n. Ziehe von c nach n die Linie c n; so ist der Winkel bei f c e in zwei gleiche Theile getheilet.

II. c.

Aufgaben von krummen und vermischtlinigten Winkeln.

§ 67.

29ste Aufgabe.

Krummlinigte Winkel zu zeichnen.

Fig. 44.

Man seze den Zirkel in einen beliebigen Punkt c ein, und ziehe den Bogen e d. Seze hierauf die eine Spize des Zirkels in f ein, und ziehe aus e den andern Bogen e g.

§. 68.

Andere Art.

Fig. 45.

Man seze in a ein, und ziehe die Linie f g. Seze ferner die Spize des Zirkels in h, und ziehe aus k den Bogen k g.

§. 69.

§. 69.

Dritte Art.

Fig. 46.

Man seze den Zirkel d, und ziehe den Bogen e o. Seze ihn ferner in f, und ziehe aus a den Bogen o h.

§. 70.

30ste Aufgabe.

Vermischtlinigte Winkel zu zeichnen.

Fig. 47.

Man ziehe die Linie a b. Seze den Zirkel in einen beliebigen Punkt f ein, und ziehe aus b den Bogen b. g.

§. 71.

Auf eine andere Art.

Fig. 48.

Man ziehe die Linie a b, wähle einen Punkt c, und ziehe den Bogen d b.

III.

Von Figuren.

§. 72.

Was unter Figur verstanden wird.

Eine Figur ist ein mit Linien eingeschlossener Raum, wie z. B. Tab. II. Fig. IX. Num. 1. und alle Figuren auf den Tafeln.

Man bemerket an einer Figur:

1. Die Seiten, welches die Linien sind, die sie einschließen, wie in angeführter Figur die Linien a b, b c, c d, d a.

2. Den Ummesser (Perimeter), so heissen alle Seiten einer Figur zusammen genommen. Z. E. hier a b c d a.

3. Die Grundlinie, die ist hier die Linie b c, worauf die übrigen Linien der Figur stehen.

§. 73.

Verschiedene Hauptbenennungen der Figuren.

1. Geradlinigte Figur ist eine solche, die aus lauter geraden Linien bestehet. Man sehe vorangezeigte Figur — und verschiedene andere.

2. Krummlinigte Figur, die aus lauter krummen Linien bestehet, wie Tab. I. Fig. X. Num. 5. 6. 7.

5. Ver-

3. Vermischtlinigte Figur ist, welche aus krummen und geraden Linien bestehet. Tab IV. Fig. XIX. a b c d.

4. Regulaire Figur, die lauter gleiche Seiten und Winkel hat; wie Tab. I. Fig. IV. V. X. XI. XII. XIII.

5. Erhobene runde Figur. Dergleichen sind auf Tab. IV. Fig. XXIII. Num. 7, a b. 17, a b. 20, a b.

6. Hohle vertiefte Figur. Dergleichen sind auf Tab. IV. Fig. XXIII. Num. 11, a. 12, b. 20, a. b. 22, c. Diese zwei leztern Benennungen von Figuren aber, gehören nicht hieher.

IV.

Einseitige Figuren.

§. 74.

Die einzige einseitige Figur ist die Zirkelfläche.

Ein Zirkel ist eine Figur, welche von einer solchen krummen Linie eingeschlossen wird, davon jeder Punkt gleich weit vom Mittelpunkt abstehet. Tab. III. Fig. XX. Num. 1. — Tab. I. Fig. XII. Num. 4. (§. 8. n. 4.)

Man bemerkt an ihr:

1. Den Durchmesser (Diameter) Tab. IV. Fig. XV. Der Durchmesser ist die größte von den geraden

raden Linien, welche in einem Zirkel gezogen werden kann. Er ist die gerade Linie Tab. IV. Fig. XIX, c g. welche von einem Punkt der Peripherie c, durch den Mittelpunkt, bis an den andern Punkt den Peripherie g gehet.

2. Den halben Durchmesser. (Radius, Semidiameter.) Tab. IV. Fig. XV. Ist die gerade Linie, welche vom Mittelpunkt bis zum Peripheriepunkt gezogen wird. Wie Fig. XIX, a b, a d.

3. Die Sehne (Chorde). Fig. XV, l. Ist die gerade Linie, welche von einem Punkt der Peripherie bis an den andern Punkt der Peripherie, aber nicht durch den Mittelpunkt gehet. So sind vier Sehnen in dem Zirkel Tab. V. Fig. XXV. Num. 4. nemlich: c d, d f, f e und e c.

4. Den Bogen. Dieß ist die krumme Linie, welche durch die Sehne von der Peripherie geschnitten wird. Wie in letzter Figur durch die Buchstaben g, h, i, l angezeiget wird; oder in Fig. XV. durch a b.

5. Ovalfigur; Eyförmige Figur; Elliptische Figur. Fig. XXIX. Num. 19. — Fig. XII. Num. 5. Man bemerkt an ihr, daß sie zwei sich durchkreuzende Durchmesser von verschiedener Länge hat. Fig. XX. Num. 2, g h, i k. Das nöthige von der Zeichnung dieser Figur ist schon §. 10. bis 20. vorgekommen.

§. 75.

§. 75.

31ste Aufgabe.

Drei Punkte, die ungleich stehen, in eine Zirkellinie zu bringen;

oder

Das Zentrum eines Zirkelbogens zu finden;

oder

Einen Zirkel vollenden, von dem nur ein Theil vorhanden.

Hier finde ich nöthig, den Lehrsaz voraus zu schicken:

Wenn aus dem Mittelpunkt des Zirkels, auf die Sehne desselben ein Perpendikul gefällt wird, so theilet er die Sehne und den Bogen (§. 74.) in zwei gleiche Theile.

Daher gehet eine Perpendikularlinie, welche die Sehne und den Bogen in zwei Theile theilet, durchs Zentrum.

Und daher lässet sich durch drei gegebene Punkte, wenn sie nur nicht in gerader Linie stehen, ein Zirkel beschreiben, wenn man ihr Zentrum gefunden.

Es sey a b c Tab. III. Fig. XX. Num. 3. ein Bogen oder ein Stück eines Zirkels, von welchem man das Zentrum suchen soll. Man ziehe die beiden Linien oder Chorden a b und b c, öfne nach Belieben den

Zirkel, und theile diese zwei Linien in zwei gleiche Theile, so wird der Punkt h, wo diese beiden Linien e f und e d zusammenlaufen, das Zentrum des Zirkels seyn, von welchem a b c ein Theil oder Stück ist.

V.

Zweiseitige Figuren.

§. 76.

Dieß ist allein der Abschnitt des Zirkels und Ovals.

Ein Abschnitt des Zirkels (Segment) Fig. XV, I. a b, ist eine vermischtlinigte Figur, welche aus dem Bogen a b und der Sehne 1 des Zirkels zusammen, eingeschlossen ist, also nicht mehr als zwei Seiten hat, eine gerade und eine krummlinigte.

VI.

VI.

Dreiseitige Figuren.

§. 77.

Was eine dreiseitige Figur ist.

Eine von drei Seiten eingeschlossene Figur ist ein Triangel (Dreyeck.) — Tab. I. Fig. V. Num. 1. — Fig. X. Num. 1.

Ein Triangel a b c Fig. V. Num. 1. ist eine Figur, welche von dreien Linien eingeschlossen wird.

Man bemerket daran:

1. Die Grundlinie (Basis) a c.
2. Die Schenkel a b, c b.

Es heißet bei einem Triangel die Linie a c, worauf die beiden andern stehen und oben zusammen stossen, die Grundlinie, a b und c b, als die beiden Seitten, die darauf stehen, heißen die Schenkel.

§. 78.

Ausschnitt des Zirkels.

Tab. IV. Fig. XV. Num. 2. — Fig. XIX, a b c d.

Ein Ausschnitt des Zirkels ist eine vermischtlinigte Figur, welche von einem Bogen b c d und zwei halben Durchmesser a b und a d desselben Zirkels eingeschloßen wird.

§. 79.

Geradlinigter Triangel.

Ein geradlinigter Triangel ist es, wenn alle drei Seiten gerade Linien sind.

§. 80.

Zweierlei Arten der Triangel.

Die Triangel werden in zwei Arten eingetheilet: in Triangel, die sich nach Seiten unterscheiden, wie die nachfolgenden fünf, und die sich nach Winkeln unterscheiden, wie die zulezt folgenden drei.

Triangel, die sich nach Seiten unterscheiden, sind:

1. Krumlinigter (sphärischer) Triangel. Woran alle drei Seiten krumme Linien (Bogen eines Zirkels) sind. Tab. I. Fig. X. Num. 6.
2. Vermischtlinigter Triangel, ist ein solcher, wo die Seiten aus geraden und krummen Linien bestehen. Tab. IV. Fig. XIX, a b c d.
3. Gleichseitiger Triangel, ist, woran alle drei Seiten einander gleich sind. Tab. I. Fig. IV. A B C. Theilete man den Umkreis des Zirkels in drei gleiche Theile, so entstünde daraus ein sogenannter gleichseitiger Triangel.
4. Gleichschenklichter Triangel; worin nur zwei Seiten einander gleich sind. Tab. II. Fig. VII. Num. 1. a b c. Die Winkel, die diese zwei Seiten mit der Grundlinie machen, sind einander gleich.

5. Un-

5. Ungleichseitiger Triangel; wenn keine Seite der andern gleich ist. Tab.V. Fig.5. Num.1. a b c.

Triangel, die sich nach Winkeln unterscheiden, sind:

1. Spitzwinklichter Triangel; ist der, welcher lauter spitzige Winkel hat. Tab. II. Fig. II. a b c.
2. Stumpfwinklichter Triangel; wenn sich ein stumpfer Winkel dabei befindet. Tab. II. Fig. III. e und d.
3. Rechtwinklichter Triangel; wenn ein rechter Winkel darin ist. Tab. II. Fig. I. A. B. C. und a b c. Man bemerkt daran die Grundlinie (Basis) B A und b a, den Cathedus A C und a c, und die Hypothenusa oder Subtensa B c und b c.

§. 81.

Proportional-Linien bei Triangeln sind: wenn gleichnamige Seiten, gleicher Triangel von ungleicher Größe, gleiche Verhältnisse haben, wie B A und b a, A C und a c, B C und b c. Fig. I. Tab. II.

§. 82.

Verhältniß der Winkel eines rechten, spitzigen und stumpfen Triangels in einem Zirkel.

Hypothenusa eines rechten Winkels Tab. IV. Fig. XIX, e f g, ist der Diameter e g, des Zirkels e f g c, in welchen er eingeschloßen. Dieß beweiset auch die Fig. XVII. Tab. III; und diejenige Seite, die dem

rechten Winkel entgegen gesetzt ist, heißt die Hypothenusa.

Anderst ist der Fall bei einem stumpfen Winkel h i k obiger Fig. XIX. denn wenn ein Triangel einen stumpfen Winkel hat, ist seine größte Seite, welche diesem Winkel gegen über stehet, allezeit kleiner, als der Diameter des Zirkels, in welchem er eingeschlossen werden kann, und das Zentrum dieses Zirkels ist alsdann ausser dem Triangel anzutreffen.

Wieder anderst ist der Fall bei einem spitzigen Winkel l i m. Denn wenn der eingeschlossene Triangel lauter spitzige Winkel hat, so ist das Zentrum des Zirkels, in welchem er eingeschloßen werden kann, alsdann in dem Triangel.

§. 83.

Gleichheit der Winkel in einem Zirkel.

Tab. IV. Fig. XVI. Num. 1.

Es folget aus dem vorigen §. daß wenn man in einem Zirkel die Chorde eines Bogens zu der Seite eines Triangels nimmt, daß an allen den Triangeln, die man darauf hinein zeichnen kann, diejenige Winkel, die dieser Seite gegenüber stehen, einander gleich seyn werden, das ist, wenn die Chorde a b ist, so werden die Winkel a e b, a d b und a c b einander gleich seyn.

§. 84.

§. 84.

32ste Aufgabe.

Alle Triangel, sie mögen so ungleiche Seiten haben, als sie wollen, können mit einem Zirkel umschrieben werden.

Dieß ist leicht aus §. 75. zu erweisen. Man betrachtet die drei Winkel als Punkte, und suchet zu solchen das Zentrum auf die daselbst angezeigte Weise, aus solchem beschreibet man den Zirkel, der die drei Winkel an ihren Spitzen berühren wird.]

§. 85.

33ste Aufgabe.

Einen gleichseitigen Triangel in einem Zirkel zu beschreiben.

Fig. 49.

In einem Zirkel kann ein gleichseitiger Triangel beschrieben werden, wenn der Semidiameter oder Radius des Zirkels in zwei gleiche Theile getheilet, und durch den Theilungspunkt eine rechtwinklichte Linie gezogen wird. Dieß giebt eine Seite des verlangten Triangels.

§. 86.

Fig. 50. 51.

Bei einem auf vorige Art beschriebenen gleichseitigen Triangel, ist zu bemerken, daß das Quadrat einer Seite desselben dreimal so groß ist, als das Quadrat des Semidiameters; oder es verhält sich gegeneinander wie 3 zu 1.

Hingegen hat bei erst besagtem Triangel das Quadrat der Seite desselben, mit dem Quadrat des Durchmessers des Zirkels, das Verhältniß wie 3 zu 4. Fig. 51.

§. 87.

34ste Aufgabe.

Einen Triangel zu machen, der einem andern gegebenen gleich ist.

Tab. II. Fig. VII. Num. 1. 2.

Es sey der Winkel a b c Num. 1. den man nachmachen soll; so beschreibe man aus dem Punkt a, als aus dem Mittelpunkt, mit einer selbst beliebigen Oefnung des Zirkels den Bogen 1, und mit eben der Oefnung mache man aus dem äussersten Punkt d der Linie f d den Bogen d. Nehme alsdann die Weite 1, und trage sie von f in e; ziehe die Linie e d, so wird der Winkel e d f den gegebenen Winkel b a c gleich seyn.

Auf dem Papier kann man sich auch nur des Transporteurs bedienen.

§. 88.

35ste Aufgabe.

Die Oberflächen der Triangel, die einerlei Basis und einerlei Höhe haben, sind einander gleich.

Tab. IV. Fig. XVI. Num. 2.

Es sey der Triangel a b c, und dessen Basis hier a b; man ziehe durch die obere Spitze desselben die

die Linie d e mit a b parallel, und aus den Punkten d und e, die man nach Belieben auf dieser Parallellinie nehmen kann, wird die Linie d a und d b gezogen, um den Triangel a b d zu formiren, ingleichen auch die Linien e a und e b, um den Triangel e a b zu machen, so wird die Fläche eines jeden dieser Triangel alsdann der Fläche des Triangels a b c gleich seyn.

§. 89.

Aus dieser Aufgabe folget erstlich, daß man auf einer und eben derselben Basis keinen Triangel machen kann, der in Ansehung der Oberfläche einen gegebenen Triangel gleich ist, wo man ihm nicht auch einerlei Höhe giebt. Zweitens folgt daraus, wenn man eine von den Seiten eines Triangels in zwei gleiche Theile theilet, und eine Linie aus dem Theilungspunkte zu dem gegenüber stehenden Winkel ziehet, daß diese Linie alsdann diesen Triangel in zwei Theile theilen, und die Oberflächen derselben einander gleich seyn werden.

§. 90.

36ste Aufgabe.

Die Oberflächen zweier Triangel, die einerlei Basis haben, verhalten sich wie ihre gegenseitigen Höhen.

Tab. II. Fig. VII. Num. 2.

Es sey die Basis e f, auf welcher die beiden Triangel d e f und g e f stehen. Die Höhe d k ist die

doppelte Höhe von g k. Folglich muß die Oberfläche des Triangels d e f noch einmal so groß seyn, als die Oberfläche des Triangels g e f; welches auch der vorhergehenden Aufgabe gemäß ist, wenn man die Linie d k, die bei dem Punkte d in zwei gleiche Theile getheilet ist, gleichsam als die Basis von vier Triangeln g d e, g d f, g k e und g k f betrachtet.

Aus dieser Aufgabe fließet die folgende:

§. 91.

37ste Aufgabe.

Die Oberflächen zweier Triangel, die einerlei Höhen haben, verhalten sich wie ihre Grundflächen (Basins.)

Tab. II. Fig. VII. Num. 1. a b c wie a h i.

§. 92.

38ste Aufgabe.

Die Triangel, die gleiche Winkel haben, haben auch ihre Seiten gleich, in einem gegenseitigen Verhältnisse.

Tab. IV. Fig. XVIII. Num. 2.

Es seyen die zwei gleichwinklichten Triangel a b c und a d e, deren drei Winkel einander gleich sind. Es folget also, wenn die Linie a c die doppelte Länge von der Linie a e hat, so wird auch die Linie b c noch einmal so lang seyn, als die Linie d e, und die Linie a b

wird

wird doppelt so lang seyn, als die Linie a d, welches leicht zu begreifen seyn wird, wenn man die Linie d f parallel mit a c ziehet, und alsdann bemerket, daß die zwei Triangel a d e und d b f, miteinander gleiche Seiten haben.

VII.

Vierseitige Figuren.

§. 93.

Was eine vierseitige Figur ist.

Eine von vier Seiten eingeschlossene Figur, ist ein Viereck. Tab. I. Fig. V. ingleichen Tab. V. Num. 3. a b, b c, c d, d a. Fig. X. Num. 2. Wird der Umkreis des Zirkels in vier gleiche Theile getheilet, so bekommt man dadurch ein Quadrat.

§. 94.

Verschiedenheit der vierseitigen Figuren.

1. Quadrangulum, irregulaires, ungleiches Viereck, ist eine solche Figur, die vier Ecken hat, und insgemein ein Viereck genannt wird, Fig. V. Num. 2. 3.

2. Quadrat, regulaires Viereck, das vier rechte Winkel und vier gleich lange Seiten hat. Fig. V.

3. Das

3. Das länglichte Viereck, Parallelogramminum, ist ein Viereck, so vier rechte Winkel, aber nicht gleichlange Seiten hat. Fig. VI.

Wenn man durch ein Parallelogram, wie Fig. VI. eine Diagonallinie oder Diametrum a b ziehet, und zwei Parallellinien c d, e f, gleich den zwei Seiten eines Winkels e b d, so entstehen vier Parallelogramma; die zwei g und h nennet man Diametralia, als die um den Diameter a b stehen, die andern zwei i k Komplementa, und die drei k h i den Gnomon oder Winkel.

4. Die Rautenvierung (Rhombus) ist ein Viereck, so vier gleich lange Seiten und keinen rechten Winkel hat. Tab. II. Fig. VII.

5. Die länglichte Rautenvierung (Rhomboide) oder das schräge Parallelogram, ist ein Viereck, so zwei gleich lange, und zwei gleich kurze einander gegenüber stehende Seiten, und keinen rechten Winkel hat. Tab. II. Fig. VIII.

6. Das Trapezium ist ein Viereck, in welchem nur zwei Seiten einander parallel sind. Tab. II. Fig. IX. Num. 2. 3.

7. Das Trapezoides ist ein Viereck, in welchem gar keine Seite einer andern parallel ist. Tab. II. Fig. IX.

8. Das

8. Das rechtwinklichte Trapezoides ist, wo zwei Seiten einen rechten Winkel machen. Tab. II. Fig. IX. Num. 1.

9. Das zusammengesetzte Trapezoides, die Schanze. Eine Art davon ist auf Tab. II. Fig. IX. Num. 4. vorgestellt.

§. 95.

In jedem Viereck machen die Winkel zusammen 360 Grad oder vier rechte Winkel aus.

VIII.

Figuren von mehr Seiten.

§. 96, a.

Verschiedenheit der Figuren von mehr Seiten.

Jede Figur, die von mehr als vier Linien eingeschlossen ist, gehört hieher. Hieraus läßt sich schon schließen, daß die Anzahl dieser Figuren unzählig seyn müsse. Die in der Geometrie vorkommen sind entweder regulaire Polygone, so gleich lange Seiten und gleich große Winkel haben, oder irregulaire Polygone, so nicht alle Seiten gleich lang, und auch nicht alle Winkel gleich groß haben. Die bekanntesten von solchen Polygonis sind folgende:

1. Irre-

1. Irregulaires Vieleck, (Polygonum) Tab. II. Fig. XIV. Daran ist zu merken:

Die Seiten oder Polygonlinien a b, b e, e c, c d, d a.

Der Winkel zwischen zwei Seiten, (Polygonwinkel a, b, e, c, d.

2. Vermischtlinigtes Vieleck, so aus geraden und krummen Linien bestehet. Tab. II. Fig. XIV. Num. 2. A.

Regulaire oder ordentliche Vierecke (regulaire Polygone) sind Figuren, die von gleichen Seiten eingeschlossen werden, und deren Seiten alle einerlei Neigung gegeneinander haben, wie folgende:

1. Das Fünfeck (Pentagonum). Tab. I. Fig. X. und Fig. X. Num. 3.

2. Das Sechseck (Hexagonum) Tab. XI. und Fig. XI. Num. 1.

3. Das Siebeneck (Heptagonum) Fig. XII. und Fig. XII. Num. 3.

4. Das Achteck (Oktogonum) Fig. XIII. und Fig. XIII. Num. 3.

5. Das Neuneck (Enneagonum) Fig. XII. Num. 1.

6. Das Zehneck (Dekagonum). Fig. XII. Num. 2.

7. Das Eilfeck (Hendekagonum) Fig. XIII. Num. 1.

8. Das Zwölfeck (Dodekagonum) Fig. XIII. Num. 2.

Da

Da man gewohnt ist, den Wasserbehältern, den Springbrunnen, den öffentlichen Plätzen in Städten, u. a. m. die symetrische Gestalt dieser Figuren zu geben, so findet man in der Folge in dem X. Abschnitt beschrieben, wie sie gezeichnet werden.

§. 96, b.

Aufgaben von vieleckigten Figuren.

39ste Aufgabe.

Alle regulaire Vielecke können in eben so viele gleiche Triangel getheilet werden, als das Vieleck Seiten hat.

Ein regulaires Vieleck kann in einen Zirkel eingeschlossen werden. Weil nun die Linien Fig. 52. ca, cb, cd, ce. cf, cg, Radii eines Zirkels (§. 74. Num. 2.) also einander gleich, und ab, bd, de, ef, fg, ga, als die Seiten eines regulairen Sechsecks, auch einander gleich; so sind folglich alle Triangel einander gleich. Folglich kann ein regulaires Vieleck in so viel gleiche Triangel getheilt werden, als es Seiten hat.

§. 97.

Also sind alle Triangel in einem regulairen Vieleck einander gleich und ähnlich.

§. 98.

Also darf man nur den Raum eines Triangels ausrechnen, und ihn mit der Zahl der übrigen Triangel

gel multipliciren, wenn man den Raum des ganzen Vielecks berechnen will.

§. 99.

Also sind alle Zenterwinkel in einem regulairen Vieleck einander gleich.

§. 100.

Weil alle benachbarte Winkel um einen Punkt o x y r u s = 360°; und diese bey einem regulairen Vieleck einander gleich, so lässet sich leicht der Zenterwinkel, z. E. x oder o bei einem Vieleck durch das Dividiren mit der Zahl der Seiten finden.

§. 101.

Weil sowohl alle Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Triangels, als auch alle Zenterwinkel eines regulairen Vielecks einander gleich sind; so darf man nur den Zenterwinkel von 180° abziehen; so bleibt der Polygonwinkel übrig.

§. 102.

40ste Aufgabe.

Ein jedes regulaires Vieleck ist so groß, als ein Triangel A B C, dessen Höhe C k, gleich der Höhe C k des Triangels A b C; dessen Grundlinie aber so groß, als der ganze Perimeter des Vielecks.

Fig. 52.

Man setze die sechs Triangel 1, 2, 3, 4, 5, 6 in dem Vieleck a b d e f g Fig. 51. stünden auf einer geraden

raden Linie A B; so muß der Triangel A B C gleich seyn allen sechs Triangeln. Denn die Triangel, die gleiche Höhe haben, verhalten sich wie ihre Grundlinien (§. 88.). Da nun die Linien C k von A b = C k von A B, als welche die Höhe vom Triangel A B C, und auch die Höhe eines jeden der sechs Triangel ist, so verhält sich der Triangel A B C zum Triangel A b C = A B zu A b; es verhält sich aber A B zu A b wie 6 zu 1; oder wie die Anzahl aller Polygon-Seiten zu einer. Folglich ist der Triangel A B C = den 6 Triangeln A b C. Nun ist das Vieleck a b d e f g = 6 A b C. Mithin ist der Triangel A B C = a b d e f g, oder dem regulairen Vieleck Fig. 51.

§. 103.

Also lassen sich alle regulaire Vielecke leicht in einem Triangel von gleicher Größe verwandeln. (§. 102.)

IX.

Zeichnung der Figuren.

§. 104.

41ste Aufgabe.

Aus drei gegebenen Linien einen Triangel zu zeichnen.

Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 15.

Es seyen gegeben die Linien d e, f g, h i. Man ziehe eine gerade Linie a b, die so lang ist, als eine von den drei Linien, hier z. E. so lang als d e. Darauf fasse man die andere Linie f g, und mache aus dem einen Ende b mit solcher Weite bei c einen Bogen. Man nehme endlich die dritte Linie h i, und durchschneide aus a den vorigen Bogen bei c, so lassen sich die Linien a c und b c ziehen, und folglich wird der Triangel gezeichnet seyn.

Weil bei dieser Figur alle drei Linien ungleich sind, so wird die Figur ein ungleichseitiger Triangel. Wenn aber zwei davon gleich sind, so kommt ein gleichschenklichter, wie bei Fig. VII. Num. 2. e d f, und wenn alle drei einander gleich sind, wie bei Fig. IV. ein gleichseitiger Triangel heraus.

§. 105.

42ste Aufgabe.

Aus der gegebenen Basis und Cathedus einen rechtwinklichten Triangel zu zeichnen.

Tab. II. Fig. VII. Num. 3.

Es sey gegeben die Basis a b und der Cathedus c d. Man ziehe eine horizontale Linie e f, und darauf eine normale e g, mache e f = a b und e g = cd, ziehe endlich g und f zusammen, so ist e f g der verlangte Triangel.

§. 106.

43ste Aufgabe.

Einen rechtwinklichten Triangel zu machen, wenn seine Basis (oder auch Cathedus) und Hypothenusa gegeben.

Tab. II. Fig. VII. Num. 3.

Es seye gegeben die Basis a b (oder auch der Cathedus) und Hypothenusa c d. Man ziehe eine gerade Linie e f, die so groß als a b ist, richte an einem Ende derselben in e eine Normallinie e g auf, und durchschneide dieselbe aus f mit der Weite c d in g, ziehe g f. f. i. g.

§. 107.

44ste Aufgabe.

Aus zwei gegebenen Linien ein rechtwinklicht Viereck zu machen.

Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 17.

Es seyen gegeben die Linien e f und g h, aus welchen ein rechtwinklicht Viereck soll gemacht wer-

den. Man ziehe eine Linie a b so groß als e f, und richte in a eine Normallinie a c auf, von der Länge der Linie g h. Mache ferner aus b mit der Weite g h und aus a mit der Weite e f bei d einen Kreuzschnitt, hänge sodann c und d und b und d zusammen, so ist das Viereck gezeichnet.

Sind die Linien, wie in dieser Aufgabe, ungleich, so wird die Figur ein Rektangel; sind sie aber von gleicher Länge, so entstehet ein Quadrat.

§. 108.

45ste Aufgabe.

Aus zwei gegebenen Linien und einem Winkel ein geschobenes Viereck zu machen.

Tab. II.. Fig. VII. VIII.

Man zeichne eine Linie so groß, als die längste gegebene Linie ist; seze an das eine Ende derselben den gegebenen Winkel, und mache die Winkellinie so lang, als die kurze gegebene Linie ist, mache aus dem Ende dieser zwei Linien Kreuzschnitte, wie in der vorigen Aufgabe gezeigt worden, ziehe die Linien bis an den Durchschneidungspunkt, so ist die Figur das verlangte geschobene Viereck.

Sind die beiden gegebenen Linien sich ungleich an der Länge, so wird die Figur eine Rhomboides, wie Fig. VIII. Tab. II.; sind sie aber von gleicher Länge, so entstehet ein Rhombus, wie Fig. VII. Tab. II.

§. 109.

§. 109.

46ste Aufgabe.

Beinahe auf gleiche Art zeichnet man ein Trapezium oder Trapezoides.

Tab. II. Fig. IX.

Wenn vier Linien von verschiedener Länge und ein Winkel gegeben sind, so ziehet man eine Linie von der Länge der längsten gegebenen Linie, an das eine Ende derselben sezet man den gegebenen Winkel, und ziehet diese Linie von der Länge der kürzesten Linie. Machet von dem Ende der ersten Linie, mit der Länge der zweiten gegebenen Linie einen blinden Bogen, und von dem Ende der zweiten gezogenen Linie, mit der Länge der dritten Linie, gegen den erst gezogenen blinden Bogen einen Kreuzschnitt; ziehet dann von jedem freien Ende der schon gezogenen Linien eine Linie bis an den Durchschneidungspunkt so ist das Trapezoides fertig.

§. 110.

Was Aehnlichkeit der Figuren ist.

Fig. 56. 57.

Es ist hier der Ort, zu zeigen, was Aehnlichkeit der Figuren ist. Wenn man der Sache ein wenig nachdenket, so wird man bald einsehen, daß wenn zwei Figuren, wie Fig. 54. 55. a b c d e f, A B C D E F einander ähnlich seyn sollen, dieselben so beschaffen seyn müssen, daß die Winkel a b c d e f den Win-

keln A B C D E F ꝛc. gleich seyn müssen, die Figuren mögen einander an Größe gleich seyn oder nicht, wenn nur die Theile der Figuren einander verhältnißmäßig gleich sind. Z. B. Fig. 56. wäre weit größer, als Fig. 57. so muß die Seite A B der ersten der Seite a b der letztern und B C, b c ꝛc. vollkommen verhältnißmäßig nach der Größe gleich seyn; oder es muß unter A B und a b eben dasselbe Verhältniß seyn, wie unter B C und b c u. s. w.; oder auch endlich A B muß seyn zu a b, wie B C zu b c u. s. w. Alles dieses sind Redensarten, die einerlei Sache ausdrücken, die man sich aber bekannt machen muß, um die Sprache der Geometriekundigen zu verstehen.

§. 111.

47ste Aufgabe.

Eine Figur zu machen, die einer andern ähnlich ist.

Fig. 56. 57.

Man ziehe zuerst die Linie a b, welches die Grundlinie der nachzuzeichnenden Figur A B C D E ist. Man neige die Seiten a e, b c gegen a b wie A E und B C sich gegen A B neigen, und sehe darauf, daß die Längen der Linien a e und b c sich zu der Länge der Linie a b, wie die Längen der Linien A E und B C zu A B verhalten. Nemlich wenn A E die Hälfte von A B ist, die Linie a e die Hälfte von a b werde. Eben so verfährt man auch, um die Länge von b c in Ansehung B C zu bestimmen.

Sind

Sind auf diese Art die Punkte e und c bestimmt, so zieht man zwei Linien, e d und c d, die auf eben die Weise wieder gegen die Linien e a und c b geneiget werden, wie E D und C D sich gegen E A und C B neigen. Verlängert man diese Linien, bis sie im Punkte d zusammen stossen, so ist die Figur a b c d e vollendet. Hieraus läßt sich auch erweisen, daß, wenn zwei Winkel eines Triangels, zweien Winkeln eines andern Triangels gleich sind, so ist der dritte Winkel des einen dem dritten Winkel des andern auch gleich.

Ingleichen daß zwei Triangel, deren Winkel nach ähnlicher Lage einander gleich sind, proportionale Seiten haben.

§. 112. a.

48ste Aufgabe.

Nach einem vorgegebenen ungleichseitigen Vieleck (Polygono irregulari) ein anderes gleich großes zu zeichnen.

Fig. 54. 55.

Es seye Fig. 54. das vorgegebene ungleichseitige Vieleck. Man ziehet zuerst die Linie a h Fig. 55. so lang als A H Fig. 54. ist. Alsdann nimmt man die Linie A B, sezt den Zirkel in a und macht bei b ein Bogenstück, faßt die Weite H B, sezt den Zirkel in h ein, und durchschneidet den Bogen bei b. Ferner nimmt man die Linie B C, sezt den Zirkel in b, und macht bei c ein Bogenstück, welches mit der Weite A C aus a in c durchschnitten wird. Hernach wird die

Weite C D genommen, und mit dieser aus c in d ein Bogenstück gerissen, und durchschneidet selbiges mit der Weite B D, aus b in d. Die Länge der Linie D E, wird von d nach e getragen, und das Bogenstück e, mit der Weite C E aus c durchschnitten. Endlich macht man mit der Weite E F aus e in f einen kleinen Bogen, und durchschneidet selbigen mit der Weite D F, aus d in f. Die Linie F G wird von f nach g mittelst eines Bogenstücks getragen, und mit der Linie H G aus h in g durchschnitten. Zulezt werden die Linien a b, c d, d e, e f, f g und g h gezogen, und der Aufgabe ist ein Genüge geschehen.

§. 112. b.

Erste Anmerkung.

Nutzen eines dreispitzigten Zirkels bei Kopirung der Risse.

Die Aufgabe des vorigen Paragraphs läßt sich geschwinder auflösen, wenn die Kopirung mit einem dreispitzigten Zirkel geschiehet, den man gleich in drei Ecken stellen kann. Z. B. in A B C, mit welcher Stellung des Zirkels man auch die drei Punkte a b c bezeichnet. Darauf stellet man ihn auf C A H, sezt ihn mit solchen Oefnungen mit zwei Füßen in c a, so wird der dritte Fuß den Punkt h anzeigen; ferner stellt man ihn in B H D, und sezt mit solchen Oefnungen zwei Füße in b h, so wird der dritte von selbst den Punkt d geben. Man sezet ihn sodann in D H F, und bezeichnet die Punkte d h f auf schon gezeigte

Art;

Art; eben so A D G und a d g, ingleichen H C E und h c e. Ziehet man nun die Punkte a b c d e f g h a zusammen, so ist die Kopirung geschehen *).

§. 112. c.

Zweite Anmerkung.

Kopirung durch Parallellinien.

Darf die Kopirung auf eben diesem Papier geschehen, auf welchem das Original ist, so läßt es sich auch mit Parellinien verrichten, denn die Linien A B und a b sind einander parallel, so auch die Linien A H und a h, wie auch die übrigen Linien, so die Figur umschliessen, bekommt nun a b die Länge, wie sie A B hat, wie auch die übrigen Seiten, so ist die Sache bald geschehen.

*) Ein verbesserter dreischenklichter kleiner Stangenzirkel, nach englischer Art, von Holz, die kleinste Sorte zu Rissen, die nicht über 1 Schuh im Quadrat betragen, kostet bei mir 16 Ggr. oder 1 fl. 12 kr. Größere zu 1 ½ Schuh Quadrat 1 Thlr. oder 1 fl. 48 kr. Noch größere, zu 2 Schuh Quadrat, 2 Thlr. oder 3 fl. 36 kr. Sollen sie zu noch größern Rissen dienen, oder weiter greifen, so müssen sie besonders bestellt und die größte Entfernung vom Mittelpunkt, oder der ganze Durchmesser angegeben werden. Die Preiße davon sind äußerst billig, und die Größten, wie die Kleinsten, so gemacht, daß sie bis auf einen halben Zoll beisammenstehende Punkte fassen können. Von Meßing kostet die obenangezeigte kleinste Art 2 Thlr. oder 3 fl. 36 kr. die größere 3 Thlr. oder 5 fl. 24 kr. die noch größere 6 Thlr. oder 10 fl. 48 kr.

§. 112. d.

Dritte Anmerkung.

Gebrauch der Kopirnadel zur Kopirung der Risse.

Fig. 64.

Geschwinder, als die angezeigten Arten, geschiehet die Kopirung mit der Kopirnadel. Man klebt mit weißem Wachs die Figur oder den Riß, den man kopiren will, auf das gewählte Papier, durchsticht alle Ecken nnd Punkte, nimmt sodann das Original ab, so können die Linien leicht zusammen gezogen werden. Wollte man einwenden, daß das Durchstechen das Original beschädigte, so läßt sich diesem entgegen setzen, daß man die Kopirnadel so dünn und zart schleifen kann, daß damit einen Riß so wenig, und oft noch weniger Schaden geschiehet, als mit den Spitzen eines Zirkels bei seinem Gebrauche. Man findet erst, was für gute Dienste diese Art zu kopireu leistet, wenn man große Risse zu kopiren hat. *)

§. 112. e.

Vierte Anmerkung.

Von noch einigen andern Kopirarten.

Man hat noch andere Arten, Risse zu kopiren, entweder mittelst gewisser Instrumente, worunter ich vorzüglich gute und fleißig gemachte Pantographs zähle, die

*) Dergleichen Kopirnadeln liefere ich gut gefaßt, das Stück für 4 Sgr. oder 18 kr.

die ich in dem ersten Theil meiner Kunst in Kupfer zu stechen deutlich beschrieben habe (§. 150. 163. 164. S. 191. 213. und 220. daselbst); *) oder vermittelst gewisser Kopirpapiere, die von verschiedener Art sind, die ich ebenfalls daselbst beschrieben habe (S. 354. f.) Besonders hab ich S. 360. allda ein Kopirpapier zu machen angegeben, worauf sich die Zeichnung sogleich ins Reine ausführen läßt, welches oft von großem Nutzen ist, wenn man nicht lange Zeit hat, einen Originalriß gehörig abzuzeichnen, sondern sogleich wieder abgeben muß. Ich empfehle diese Art vorzüglich, die mir sehr oft die besten Dienste geleistet hat.

§. 113.

*) Sehr genau, und auf das äußerste richtig gearbeitete Pantographs mit genauen Schiebern, liefere ich das Stück für 35 Thlr. oder 63 fl. Denen, so dieser Preiß zu theuer vorkommen sollte, zeige ich zugleich an, daß man auch Storchschnabels für sehr wohlfeile Preise bei mir haben kann. Z. B.

Ein Storchschnabel von fünf Stäben, sehr genau gearbeitet, 5 Thlr. oder 9 fl.

Geringere dergleichen, doch von eben dieser Größe, 1 Thlr. oder 1 fl. 48 kr.

Dergleichen von 4 Stäben, mit Meßing garnirt, 1 Thlr. oder 1 fl. 48 kr.

Eben diese mit Bein garnirt, 16 Ggr. oder 1 fl. 12 kr.

Solche ganz von Meßing, 3 Thlr. 12 Ggr. oder 6 fl. 18 kr.

Kleiner Storchschnabel, der nur eine gewisse Verjüngung macht, 6 Ggr. oder 27 kr.

§. 113.

49ste Aufgabe.

Einen Zirkel zu beschreiben, der durch die Winkel eines gegebenen Triangels durchgeht.

Tab. III. Fig. XXIV. Num. 4.

Es sey a b c der gegebene Triangel, man theile zwei von seinen Seiten in zwei gleiche Theile, z. E. a b und a c nach der Anweisung des §. 38. 39. oder 40. und beschreibe aus dem Punkte e, wo sich die Linien f h und g i durchschneiden, den Zirkel a b c d, so wird derselbe durch die Spizen der drei Winkel des gegebenen Triangels durchgehen.

§. 114.

50ste Aufgabe.

Auf eine gegebene Linie einen Triangel zu machen, dessen Oberfläche der Oberfläche eines gleichfalls gegebenen Triangels gleich sey.

Tab. V. Fig. XXII. Num. 8.

Es sey die gegebene Linie A B, auf welcher man einen Triangel aufrichten will, dessen Oberfläche der Oberfläche des Triangels d c e gleich seyn soll. Man ziehe zu diesem Ende die Linie b c, die der Linie d e des gegebenen Triangels gleich ist, und in der Höhe c f dieses Triangels mache man über der Linie b c die blinde Parallellinie g h. Nehme mit dem Zirkel die

Länge

Länge der gegebenen Linie A B, und trage solche von b in a, so daß das äusserste Ende derselben diese Parallellinie berühre. Ziehe hierauf eine Linie aus dem Punkte a auf dem Punkt c, so wird der Triangel a b c in der Oberfläche dem Triangel d c e, und seiner Seite a b der gegebenen Linie gleich seyn, weil diese beide Triangel einerlei Basis und einerlei Höhe haben.

§. 115.

51ste Aufgabe.

Auf eine gegebene Linie einen Triangel zu machen, dessen Oberfläche größer oder kleiner ist, als die Oberfläche eines gleichfalls gegebenen Triangels,

Tab. V. Fig. XXII. Num. 8.

Man kann auf eben die Art, wie in der 49sten Aufgabe, auf eine gerade Linie einen Triangel machen, dessen Oberfläche noch einmal, oder nur die Hälfte ꝛc. so groß ist, als die Oberfläche eines gegebenen Triangels. Es wird hierzu weiter nichts erfordert, als daß man eine Linie ziehe, die mit der Linie d e in einer doppelten, oder nur die Hälfte so weiten Entfernung parallel lauft, als die Höhe des gegebenen Triangels ist.

§. 116.

52ste Aufgabe.

Wenn man bei zwei verschiedenen Triangeln eine von ihren Seiten und den Winkel, der einer jeden derselben entgegen gesetzt ist, weiß, die beiden andern Seiten zu finden.

Tab. V. Fig. XXII. Num. 7.

Nach den Grundsäzen der Trigonometrie kann man die zwei unbekannten Seiten eines Triangels nicht finden, wenn nicht die andere Seite und zwei Winkel desselben bekannt sind. Jedoch findet sich ein Umstand, wo es hinreichend zu seyn scheinet, wenn nur eine Seite und ein Winkel bekannt ist. Es ist zwar diese Belustigung sehr witzig, aber es ist auch nicht zu läugnen, daß ein kleiner Betrug dahinter steckt, erstlich darinnen, daß man annimmt, daß die beiden bekannten Seiten dieser Triangel eine einige gerade Linie formiren; zweitens darinnen, daß, wenn dieser Satz nur einen einigen Winkel bezeichnete, die Länge der unbekannten Seiten nicht bestimmt werden könnte, indem es leicht wäre, ohne sich von der erforderten Bedingung zu entfernen, sehr viele verschiedene Triangel zu verfertigen, an welchen alle der bekannten Seiten entgegen gesezte Winkel gleich seyn müßten.

§. 117.

Es seyen also a b und b c die beiden Seiten des Triangels, die hier nur eine einige gerade Linie vorstellen. Der der Linie a b entgegengesezte Winkel habe 35 Grade, und der der Linie b c entgegenstehende 20 Grade. Man richte auf der Linie a b in den beiden äußersten Punkten a und b die zwei unbestimmt lange Perpendikularen a e und b f auf, mache mit dem Transporteur den Winkel e a h und den Winkel h b f, jeden von 35 Graden, und aus dem Punkte h, wo die Linien a h und b h sich durchschneiden, und in der Weite a h beschreibe man den Zirkel a b d. Richte auf dem äußersten Punkte c der Linie b c die Perpendikularlinie c g auf; mache den Winkel f b i und den Winkel i c g, jeden von 20 Graden. Aus dem Punkte i, wo die Linien i b und i c sich schneiden, und in der Weite von i b beschreibe man den Zirkel b c d. Ziehe aus dem Punkte d, wo diese beiden Zirkel sich schneiden, die Linien d a, d b und d c, welche mit den Linien a b und b c zwei Triangel machen werden, von welchen der Triangel d a b den Winkel a d b von 35 Graden, und der Triangel d b c den Winkel b d c von 20 Graden haben wird, indem der erstere seiner Einrichtung gemäß sich auf einen Bogen von 70 Graden, und der andere auf einen Bogen von 40 Graden lehnet.

§. 118.

Anmerkung.

Diese Aufgabe würde man ohne Zweydeutigkeit auflösen, wenn man sie auf diese Art vortrüge: Wenn von einem jeden der beiden Triangel eine Seite gegeben ist — bei welchen gleichwohl eine der unbekannten Seiten beiden gemein seyn kann — und der Werth eines jeden Winkels, der diesen gegebenen Seiten entgegen stehet, ihre übrige Seiten zu finden.

§. 119.

53ste Aufgabe.

Um einen vorgegebenen Triangel einen Zirkel zu ziehen.

Tab. III. Fig. XX. Num. 3.

Man sagt von einer Figur, sie seye in einem Zirkel beschrieben, wenn die Peripherie durch alle Scheitel der Winkel durchgehet, die in der Figur enthalten sind. Wenn man daher um einen Triangel einen Zirkel ziehen will, so muß derselbe die drei Eckpunkte desselben berühren, und es ist die schon §. 73. aufgelößte Aufgabe, nemlich durch drei gegebene Punkte, die in keiner geraden Linie stehen, einen Zirkel zu ziehen.

Die Punkte des Triangels a b c sollen in die Peripherie eines Zirkels kommen, so macht man aus a und b die Durchschnitte f und g, ingleichen noch zwei andere, d und e aus b und c. Ziehet man die Linien

d e und f g, so ist h der Mittelpunkt des Zirkels, der durch a b und c beschrieben werden soll; es sind demnach a b und b c Sehnen. Nun ist f g auf a b und d e auf b c perpendikular, und f g theilet a b, d e aber b c in zwei gleiche Theile. Daher gehen beide durch den Mittelpunkt des Zirkels. Da nun d e und f g nur in h einander schneiden; so ist h der Mittelpunkt des Zirkels, der durch die gegebene Punkte a b und c durchgehet.

§. 120.

Wenn also in einer Peripherie oder in einem Zirkelbogen drei Punkte angenommen werden, so kann man den Mittelpunkt des Zirkels finden, und den gegebenen Bogen beschreiben.

§. 121.

Wenn drei Punkte in der Peripherie eines Zirkels drei Punkte in einer andern decken, so decken die ganzen Peripherien einander, und sind auch die Zirkel einander gleich.

§. 122.

54ste Aufgabe.

Um ein jedes gegebenes regulaires Vieleck einen Zirkel zu ziehen.

Fig. 58.

Man theile zwei Winkel desselben, z. B. hier e und d durch die Linien e f und d f, welche in f zusammenstoßen, in zwei gleiche Theile (§. 65.), und be-

beschreibe aus dem Punkt f mit dem Radio e f einen Zirkel.

§. 123.

Man ziehe von f zu a eine Linie f a. Da o = x gemacht worden, und e d = a e, so ist a f = e f. Da nun der Zirkel durch d und e gehet, so gehet er auch durch a. Ferner weil a f = e f, wie erst erwiesen worden, so ist m = x. Nun ist x der halbe Polygonwinkel, da man den ganzen Winkel in zwei gleiche Theile getheilet, deswegen ist auch m der halbe Polygonwinkel, so wie y. Wenn man also f b ziehet, so ist wie vorhin f b = a f, und also der Radius. Auf eben die Art kann man zeigen, daß f c, und noch andere dergleichen mehr, Radii eines Zirkels sind, und also der Zirkel durch alle Polygonwinkel gehe, nemlich er ist um die Polygon beschrieben.

So lässet sich jede regulaire Figur in einen Zirkel beschreiben.

Man sagt von einer Figur, sie sey in einen Zirkel beschrieben, wenn alle ihre Seiten den Umkreiß berühren.

§. 124.

55ste Aufgabe.

Um einen Zirkel ein Quadrat zu zeichnen.

Man ziehe die Diameter a b und d e, daß sie einander in dem Mittelpunkt c rechtwinklicht durchschneiden. Mache aus a, e, b, d mit dem Radio Durchschnitte in f, g, h, und i; ziehe die Linien f g, g h, i h und

und i f. So ist f g h i ein Quadrat, das um einen Zirkel beschrieben worden.

§. 125.

Die Winkel bei a, e, b und d sind rechte Winkel, daher berühren die Linien f g, g h, h i und i f den Zirkel. Es sind aber g, f, i, h rechte Winkel; auch ist f g = g h = h i = f i = 2 a c gemacht worden. Also ist f g i h ein Quadrat, und zwar um einen Zirkel beschrieben.

§. 126.

56ste Aufgabe.

Auf eine gegebene Linie ein jedes regulaires Vieleck zu zeichnen.

Fig. 58.

Man suche den Polygonwinkel, wie hernach soll gezeigt werden. Mache in e einen Winkel, der ihm gleich ist, und mache e a = e d. Zeichne durch die Punkte a e d einen Zirkel; trage auf solchen die Linie e d so oft herum, als es angehet, so ist die verlangte Figur gezeichnet.

Oder:

Man trage in e und d die halben Polygonwinkel (§. 87.) so werden sich die Schenkel e f und d f in f durchschneiden. Beschreibe aus f. als aus dem Mittelpunkt, mit dem Radio e f einen Zirkel, das übrige geschiehet wie vorhin.

§. 127.

Da der Winkel f das Komplement oder der Rest des Polygonwinkels zu zwei rechten Winkeln ist, z. B. ein Fünfeck 72°. So ist der Bogen e d 72°, das ist, der fünfte Theil eines Zirkels.

§. 128.

57ste Aufgabe.

Wie der Polygonwinkel zu finden.

Da in einem regulairen Vielecke alle Winkel einander gleich sind, so darf man nur diese Summe (§. 131.) durch die Zahl der Seiten dividiren (§. 133.), so kommt der Polygonwinkel heraus.

§. 129.

Man hat die Winkel eines regulairen Vielecks zu wissen nöthig, wenn man es beschreiben will, und hingegen die Summe aller Winkel in einem irregulairen, wenn man wissen will, ob man sie auf dem Felde recht gemessen hat. Denn wenn diese Summe größer oder kleiner gefunden wird, als in dem nachfolgenden Täfelein angegeben ist, z. E. wenn sie im Siebeneck über 900 wäre, so siehet man daraus, daß gefehlt worden. Ich will daher dieses nüzliche Täfelein hier beisezen; die Art der Berechnung aber im §. 131. zeigen.

§. 130.

Winkel-Täfelein.

Zahl der Seiten.	Summe der Winkel.	Winkel im regulairen.
III.	180	60
IV.	360	90
V.	540	108
VI.	720	120
VII.	900	$128\frac{4}{7}$
VIII.	1080	135
IX.	1260	140
X.	1440	144
XI.	1620	$147\frac{3}{11}$
XII.	1800	150
XIII.	1980	$152\frac{4}{13}$
XIV.	2160	$154\frac{2}{7}$
XV.	2340	156
XVI.	2520	$157\frac{1}{2}$
XVII.	2700	$158\frac{14}{17}$
XVIII.	2880	160

§. 131.

44ste Aufgabe.

In einem jeden Vielecke die Summe aller Winkel zu finden.

Man multipliziret 180 durch die Zahl der Seiten. Von dem Produkt wird 360° abgezogen, so bleibt die verlangte Summe der Winkel übrig.

	180		180
V Ecke	5	VI Ecke	6
	900		1080
	360		360
	540		720

§. 132.

Fig. 60.

Eine jede Figur kann aus einem angenommenen Punkt F in so viel Triangel A F B, B F C, C F D &c. getheilet werden, als Seiten A B, B C, CD &c. sind. Wenn man also 180 durch die Zahl der Seiten multiplizirt, so kommt die Summe der Winkel in allen Triangeln heraus. (Denn in jedem Triangel sind die drei Winkel zusammen genommen zweien rechten gleich, oder 180°. Welches in der Folge erklärt ist.) Die Winkel um den Punkt F gehören nicht zu den Winkeln des Vielecks, machen aber jederzeit 360°. (Nemlich alle Winkel, die um einen Punkt herum sind, machen alle zusammen 360°, oder sind vier rechten Winkeln gleich.) Wenn man also von dem oben gefundenen Produkt 360° abziehet, so bleibet die Summe der Polygonwinkel übrig.

§. 133.

§. 133.

Fig. 61.

Jedes Vieleck kann aus einem Winkel B durch die Diagonallinien B E, B D, in so viel Triangel zertheilet werden, als die Figur Seiten hat, weniger zwei. Die Winkel in einem Triangel halten 180°, und also in allen zusammen so vielmal 180°, als die Figur Seiten hat, weniger zwei.

§. 134.

59ste Aufgabe.

Aus allen Seiten der Figur und drey Diagonalen weniger, als Seiten sind, eine jede Figur zu zeichnen.

Fig 62.

Weil eine jede Figur A B C D E durch Diagonallinien A C und A D in zwei Triangel B A C, C A D, D A E weniger als Seiten sind, zertheilet wird, so hat man nichts nöthig, als immer einen Triangel auf den andern zu sezen.

§. 135.

60ste Aufgabe.

Aus allen Seiten der Figur und drei Winkeln weniger als Seiten sind, eine jede Figur zu zeichnen.

Fig. 63.

Man ziehe die Linie A B, se einer Seite gleichet, trage aus A und B die gehörigen Winkel A und B,

so lassen sich die beiden Seiten A E und B C ansezen. Man seze wieder in C den gehörigen Winkel, so lässet sich D C ansezen, u. s. w. Endlich mache man mit E F und F D, aus E und D einen Durchschnitt in F, ziehet man D F und F E, so ist die Figur geschlossen, und der verlangten gleich.

Auf gleiche Art lassen sich auch die regulairen Figuren aus der gegebenen Seite und Winkel zeichnen.

Wenn alle Winkel weniger einen F gegeben werden, so dürfen zwei Seiten D F und F E nicht gegeben werden.

§. 136.

Anmerkung, die Zeichnung der Figuren überhaupt betreffend.

Damit sich Anfänger in Beschreibung der irregulairen Figuren üben können, so müssen sie die Linien nach Gefallen in Schuhen und Zollen, die Winkel aber in Graden annehmen. Geschieht es alsdenn, daß sich die Figur nicht schließet, so ist es ein Zeichen, daß der Fall nicht angehet und unmöglich ist, und also entweder die Größe der Winkel oder der Linien abgeändert werden muß.

§. 137.

61ste Aufgabe.

Eine jede geradlinigte Figur, in die man kommen kann, in Grund zu legen, das ist, eine ähnliche zu beschreiben.

Fig. 62.

Man messe alle Seiten a b, b c, c d, d e, e a, ingleichen die Diagonallinien a c und a d. Verfertige nach dem verjüngten Maasstab die Figur A B C D E. (§. 134.) so ist sie der auf dem Felde a b c d e ähnlich.

§. 138.

Es ist nemlich A B : B C = a b : b c, B C : C D = b c : c d, C D : D E = c d : d e &c. &c. Denn da z. B. a b sechs und b c sieben Schuh auf dem Felde, so ist auch auf dem Papier A B sechs Schuh, und B C sieben Schuh gemacht worden. Da ferner A C : A B = a c : a b, A C : A D = a c : a d, A D : A E = a d : a e &c. vermöge der Konstruktion, so ist o = o, x = x, y = y, n = n, m = m, r = r, u = u, s = s, t = t. Also ist x + m + r = x + m + r, y + n = y + n, u + s = u + s. Auf diese Art ist die Figur A B C D E, der auf dem Felde a b c d e ähnlich.

IX. b.

Von der Benennung der Theile und den Grundsäzen Zirkel- und Polygon-förmiger Figuren.

§. 139.

Nöthige Erklärung der Benennungen, die bey Zirkeltheilungen vorkommen.

Was bey einem Zirkel der Mittelpunkt, Umkreiß, Durchmesser, Halbmesser und Segment ist, ist schon oben erklärt worden (V. Abth.). Hier will ich nur noch derjenigen geometrischen Benennungen gedenken, die öfters bei dem Maaße des Zirkels und seiner Theile vorkommen, und die man nothwendig wissen muß, wenn man das hernach folgende verstehen will. Von der Theilung eines Zirkels in Grade findet man schon §. 57. Nachricht.

1. Das Komplement eines Bogens oder eines Winkels ist die Differenz desselben von einem Quadranten oder rechten Winkel.

2. Das Supplement eines Winkels oder eines Bogens ist die Differenz desselben von einem Halbzirkel oder zwei rechten Winkeln.

3. Die Größe der Bögen und Winkel wird vermöge gewisser gerader Linien bestimmt, die zu einem Zirkel gehören, und Chorden, Sinus, Tangenten u. s. f. genennt werden.

4. Die

4. Die Chorde eines Bogens ist eine gerade Linie, die dessen äußere Punkte vereinigt. (§. 74. n. 3.)

5. Ein Durchmesser ist eine Chorde, die durch den Mittelpunkt gehet. (§. 74. n. 1.)

6. Ein Segment ist ein Theil eines Zirkels, der durch einen Bogen und dessen Chorde begränzt wird. (§. 74. n. 4.)

7. Ein Sektor ist ein Theil eines Zirkels, der durch einen Bogen und zwei Halbmesser begränzt wird, die bis an dessen äußere Enden gezogen werden.

8. Der Sinus eines Bogen ist eine Linie, die von einem Ende desselben senkrecht auf einem Durchmesser gezogen worden, der auf das andere Ende stößt.

9. Der Sinus versus (Quersinus) eines Bogens ist derjenige Theil des Durchmessers zwischen dem Sinus und dem Ende des erwähnten Bogens.

10. Der Tangente eines Bogens ist eine Linie von einem Ende senkrecht auf dem Halbmesser (§. 74. n. 2.) der sich damit verbindet; seine Länge wird durch eine Linie begränzt, die von dem Mittelpunkte durch das andere Ende gezogen wird.

11. Die

11. Die Sekante eines Bogens ist die Linie vom Mittelpunkte, die dem Tangenten des nemlichen Bogens Gränzen sezt.

12. Der Kosinus und Kotangent u. s. f. eines Bogens ist der Sinus und Tangenten u. s. f. ihres Komplements.

So ist Fig. 65. die Chorde des Bogens F V O, und F R der Sinus der Bögen F V, F A D; R V, R D sind die Sinus versus der Bögen F V, F A D.

V T ist der Tangente des Bogens F V und dessen Supplement.

C T ist der Sekante des Bogens F V.

A I ist der Kotangente und C I der Kosekante des Bogens F V.

§. 140.

Die Chorde von 60°, der Sinus von 90°, der Sinus versus von 90°, der Tangente von 45° und der Sekante von 0° sind alle gleich dem Halbmesser.

§. 141.

Man siehet wohl, daß man bey der Anwendung dieser Linien stets einerlei Halbmesser brauchen müsse, weil ausserdem keine sichere Verhältnisse zwischen ihnen statt finden würden.

§. 142.

Vorausgesetzte Grundsäze, die bey Polygonförmigen Figuren in der Folge zu wissen nöthig sind.

Derjenige, welcher den ganzen Umfang der Geometrie überlegt, wird finden, daß die Hauptabsicht alles dessen, was in derselben spekulativ ist, auf Messung sich bezieht. Auf diese haben die Elemente des Euklid's beinahe ganz Bezug, so wie denn dieses auch die Absicht der mehresten geometrischen Untersuchungen der Alten sowohl als der Neuern gewesen ist.

§. 143.

Alle Vermessung der Figuren kann auf das Maas der Triangel zurückgeführt werden, welche jederzeit die Hälfte eines Rektangulnm von gleicher Grundfläche und Höhe sind (welches in der Folge bewiesen ist), und folglich wird ihre Fläche erhalten, wenn man das halbe Produkt der Basis durch die Höhe multiplicirt.

§. 144.

Wenn man ein Polygon in Dreiecke theilt, und den Werth derselben zusammen addirt, so erhält man dadurch den Werth des Polygon; betrachtet man den Zirkel als ein Polygon von einer unendlichen Menge Seiten, so erhält man dadurch das Maß desselben.

§. 145.

Die Theorie von den Dreiecken ist gewissermassen das Band, welches alle geometrische Kenntnisse miteinander verbindet.

§. 146.

Alle Dreiecke sind sich mehr oder weniger ähnlich, je nachdem ihre Winkel sich mehr oder weniger gleich sind.

§. 147.

Die Aehnlichkeit ist vollkommen, wenn alle Winkel des einen, denjenigen des andern gleich sind; so sind denn auch die Seiten verhältnißmäßig.

§. 148.

Die Winkel und die Seiten bestimmen sowohl die relative als auch die absolute Größe, nicht nur der Dreiecke, sondern auch aller übrigen Dinge.

§. 149.

Genau gesprochen, bestimmen Winkel blos die relative Größe; gleichwinklichte Dreiecke können von sehr ungleichen Größen, und doch vollkommen ähnlich seyn.

§. 150.

Allein sind sie auch gleichseitig, indem die Seiten des einen den homologen Seiten des andern gleich sind, so sind sie nicht nur ähnlich und gleichwinklicht, sondern auch in jeder Rücksicht einander gleich.

§. 151.

Die Winkel bestimmen also die relative Gattung des Dreiecks, die Seiten dessen absolute Größe, und solchemnach jeder andern Figur, da sie sich alle in Dreiecke auflösen lassen.

§. 152.

Indessen scheint das Wesen eines Dreiecks mehr in den Winkeln als in den Seiten zu bestehen, denn die Winkel sind die wahren, genauen und bestimmten Gränzen davon; ihre Gleichung wird jederzeit durch zwei rechte Winkel bestimmt und begränzt.

§. 153.

Die Seiten haben keine bestimmte Gleichung, sondern sie können von den unendlich kleinen zu unendlich großen ausgedehnt werden, ohne daß die Natur und Art des Dreiecks dabei Veränderung leidet.

§. 154.

Es liegt in der Theorie der isoperimetrischen Figuren, (d. i. solcher, welche gleiche Umkreise haben), daß wir den Werth der Winkel fühlen, und daß Linien nicht nur zur Bestimmung der Gattung, sondern auch der Größe der Dreiecke, und solchemnach aller Arten der Figuren ganz unzureichend sind.

§. 155.

So werden wir finden, ohnerachtet die Linien noch die nemlichen bleiben, wie ein Quadrat im Verhältniß

hältniß abnimmt, als es sich in eine mehr schiefe Rhomboide verwandelt, und solchemnach spitzigere Winkel erhält. Das nemliche findet bei allen Arten von Figuren statt, sie mögen eben oder körperlich seyn.

§. 156.

Von allen isoperimetrischen Figuren erfüllen das flache Dreieck, das körperliche Dreieck oder die Pyramide den wenigsten Raum; und unter diesen besonders diejenigen, deren Winkel am meisten spitzig sind.

§. 157.

Allein gebogene Oberflächen und gebogene Körper, besonders der Zirkel und Kugel, sind solche, die den größten Raum einnehmen, da sie, wenn man so sagen kann, aus lauter stumpfen Winkeln bestehen.

§. 158.

Die ganze Theorie der Geometrie kann daher auf die Lehre von den Winkeln zurück gebracht werden, denn sie handelt blos von den Gränzen der Dinge, und eben vermöge der Winkel werden die endlichen Gränzen aller Dinge bestimmt; Winkel allein sind es, welche ihnen ihre Figur geben.

§. 159.

Die Winkel werden durch den Zirkel gemessen, wozu noch die Parallellinien gerechnet werden können, welche zufolge der Bestimmung des Ausdrucks, die Quelle aller geometrischen Aehnlichkeit und Vergleichung sind.

X. a.

X. a.

Zeichnung regulairer Figuren oder Vielecke (Polygone) auf einer vorgegebenen Linie.

§. 160.

Was ein regulaires Vieleck ist.

Fig. 67.

Ein regelmäßiges oder reguläres Vieleck (Polygonum regulare) heißet dasjenige, welches

1) mehr als vier Seiten hat;

2) woran alle Linien gleich sind;

3) worinn alle Winkel gleich groß sind; so ist Fig. 67. ein regulaires Sechseck.

§. 161.

In einem regulairen Vieleck heißt der Winkel C der Zenterwinkel (Angulus ad Centrum), und G heißt der Polygonwinkel (Angulus Polygoni.) Fig. 67.

§. 162.

Wenn man die Peripherie eines Zirkels in gleiche Theile theilet, und ziehet die Sehnen vom nächsten Punkte zum Punkte: so entstehet eine regulaire Figur.

§. 163.

In allen Triangeln, die auf diese Art entstehen, wenn man nemlich aus dem Mittelpunkte Li-

nien in die Polygonwinkel zieht, sind die Kruren- und Grundlinien einander gleich, daher ist es eine regulaire Figur.

§. 164.

62ste Aufgabe.

Fig. 66.

Auf einer gegebenen Linie ein regulaires Fünfeck zu zeichnen.

Die gegebene gerade Linie sey A B. Man verlängere diese Linie und mache C B = A B. Aus den zwei Punkten A C mache man zwei gleiche Bögen, die sich in dem Punkt L durchschneiden. Aus dem Punkt B und dem Durchschnittspunkt L ziehe man die Perpendikularlinie B L. Aus dem Punkt B und mit der Weite der Linie B A ziehe man einen großen Bogen A D, der die Perpendikularlinie B L in dem Punkt E durchschneidet. Man theile die Linie A B in zwei gleiche Theile in K. Aus dem Punkt K zeichne man mit der Weite K E den Bogen E F. Nehme die Weite F A, und zeichne damit ein paar gleiche Bögen aus den Punkten A B, die sich in den Punkt G durchschneiden, welches die Höhe des Fünfeckes ist. Nehme wieder die erst gegebene Linie A B, und mache damit zwei Bögen aus den Punkten A G, die sich in I durchkreuzen. Mit eben dieser Weite mache man zwei Bögen aus B G, die sich in H durchschneiden. Man hänge die nun erhaltene Durchschnittspunkte durch gerade Linien zusammen, so erhält man das verlangte Fünfeck A B H G I.

§. 165.

63ste Aufgabe.

Fig. 67.

Auf einer gegebenen geraden Linie ein regulaires Sechseck zu zeichnen.

Die gegebene gerade Linie sey A B. Auf der Linie A B mache man einen gleichseitigen Triangel A C B. Seze den einen Zirkelfuß in den Punkt C, und zeichne mit dem andern den blinden Umkreiß über die äußersten Punkten der Linie A B. Trage die Weite A B in den blinden Umkreis herum, und bemerke die sich dadurch ergebende Punkte D E F G. Hänge sodann diese Punkte mit Linien zusammen, so ist das Sechseck A B D E F G gezeichnet.

§. 166.

64ste Aufgabe.

Fig. 68.

Auf einer vorgegebenen geraden Linie ein regulaires Siebeneck zu zeichnen.

Die vorgegebene gerade Linie sey A B. Man verlängere diese Linie noch einmal so lang bis in C. Nehme die Weite A C, und zeichne damit aus den zwei Punkten A C zwei gleiche Kreuzbögen, die sich in dem Punkt D durchschneiden. Mit gleicher Weite des Zirkels zeichne man aus D C wieder zwei gleiche Kreuzbögen, die sich in dem Punkt E durchschneiden. Ziehe sodann die geraden Linien A E und B D durch

die Durchschnittspunkte D E. Nehme sodann die Weite A F, wo sich beide Linien einander durchschneiden, schreibe aus beiden Punkten A B zwei gleiche Bögen, die sich in G durchschneiden. Aus dem Durchschnittspunkt G wird der blinde Umkreis G A gemacht, und in solchem die zuerst gegebene Linie A B noch fünfmal herumgetragen. Die dadurch erhaltenen Punkte H I K L M hänge man durch gerade Linien zusammen; so erhält man das verlangte Siebeneck.

§. 167. a.

65ste Aufgabe. a.

Fig. 69.

Auf einer vorgegebenen geraden Linie ein reguläres Achteck zu zeichnen.

Die gerade Linie sey A B. Aus den zwei äussersten Punkten A B zeichne man unten und oben zwei gleich große Zirkelbogen, die sich in den Punkten C D durchschneiden. Durch die hierdurch erhaltenen zwei Durchschnittspunkte ziehe man eine gerade Linie, die die Linie A B in G durchschneidet. Nehme die Hälfte G B aus G und trage diese Weite in die Perpendikularlinie G C, und bemerke sie mit dem Punkt E. Nehme die Weite E B, und trage sie in die Perpendikularlinie G C von dem Punkt E in F. Zeichne aus F mit der Weite F A einen blinden Umkreis, und trage in solchem die Linie A B noch siebenmal herum, so ist das Achteck aufgezeichnet.

§. 167. b.

§. 167. b.

65ste Aufgabe. b.

Fig. 73.

Auf eine andere Art.

An den Enden der gegebenen Linie A B richte man die unbestimmten senkrechten Linien A F und B E auf. Man führe A B zu beiden Seiten gegen a und w, und halbire den Winkel n A s und o B w durch die Linien A H, B C. Man mache A H und B C, jede gleich A B, und ziehe die Linie H C. Man mache o v gleich o n, und durch v ziehe man G D parallel mit H C. Man ziehe H G und C D parallel mit A F und B E, und mache c E gleich c D. Durch E ziehe man E F parallel mit A B, und verbinde die Punkte G F und D E, so wird A B C D E F G H das verlangte Achteck seyn.

§. 168.

66ste Aufgabe.

Fig. 70.

Auf einer vorgegebenen geraden Linie ein regulaires Neuneck zu zeichnen.

Die gerade Linie sey A B. Man theile diese Linie in zwei gleiche Theile in F durch die Perpendikularlinie C D. Nehme die Weite der Linie A B, und ziehe mit solcher zwei gleiche Zirkelbogen, die sich in C auf der Perpendikularlinie C D durchschneiden. Nehme sodann die Hälfte F B und trage sie aus dem Punkt C in E. Wenn man aus E einen blinden Um-

kreis mit der Weite E A zeichnet, und in solchen die gegebene Linie A B noch achtmal herumträgt, so ist das Neuneck gezeichnet.

§. 169.

67ste Aufgabe.

Fig. 71.

Auf eine vorgegebene gerade Linie ein regulaires Zehneck zu zeichnen.

Die gegebene Linie sey A B. Man suche nach der 62sten Aufgabe den obern Punkt G eines Fünfecks, so auf der Linie A B sollte gezeichnet werden. Aus dem obersten Punkt G zeichne man mit der Weite G A einen blinden Umkreis, und trage in solchem die gegebene Linie A B noch neunmal herum, so ist das Zehneck gezeichnet.

X. b.

Einige Universalmanieren, regulaire Vielecke zu zeichnen.

§. 170.

68ste Aufgabe.

Fig. 72.

Eine Universalmanier, auf einer vorgegebenen geraden Linie, die regulairen Polygone vom Sechseck an bis zum Zwölfeck zu zeichnen.

Die gegebene Linie sey A B. Man theile sie in C in zwei gleiche Theile durch die Perpendikularlinie C D. Nehme aus A oder B die Weite A B, und zeichne den Bogen A E. Theile ihn in sechs gleiche Theile in den Punkten F G H I K. Nehme die Weite E F und zeichne den Bogen F L. Auf gleiche Art werden die andern Bögen aus E mit der Weite der gezeichneten Punkte G H I K A gezeichnet, und die Punkte M N O P Q auf der Perpendikularlinie D C bemerket. So ist E der Mittelpunkt für ein Sechseck; L der Mittelpunkt für ein Siebeneck u. s. f. Wenn man z. B. ein Neuneck zeichnen will, so ziehet man mit der Weite N A einen blinden Umkreis, solchen wird die Weite der Linie A B gerade in neun Theile theilen. Auf gleiche Art können die andern Polygone gezeichnet werden.

Wie Polygonen von mehr Seiten gezeichnet werden, halte ich hier für unnöthig, zu beschreiben, da sie so äusserst selten vorkommen. Wer sie brauchen sollte, findet in weitläuftigern geometrischen Schriften Anleitung dazu.

§. 171.

69ste Aufgabe.

Die Winkel am Mittelpunkte (Zenterwinkel) und die Seiten eines regulairen Polygons zu finden.

Da alle Zenterwinkel eines Vielecks zusammengenommen = 360° sind, so darf man nur mit der Zahl der Seiten des Polygons diese 360 dividiren, so kommt ein Zenterwinkel von dem verlangten Vieleck heraus. Z. B. $\frac{360}{5}$ gibt 72 für den Winkel am Mittelpunkt eines Fünfecks.

$$\left.\begin{array}{c}\cancel{1}\\ \cancel{3}\cancel{6}\cancel{0}\\ \cancel{5}\cancel{5}\end{array}\right\}72^\circ$$

Also auch:

$$\left.\begin{array}{c}\cancel{4}\\ \cancel{3}\cancel{6}\cancel{0}\\ 88\end{array}\right\}45^\circ$$

Um den Winkel zu finden, der von den Seiten gebildet wird, subtrahirt man den Winkel am Mittelpunkt von 180, so ist der Ueberrest der verlangte Winkel. Z. B. 72° von 180° gibt 108° für den Winkel eines Fünfecks.

§. 172.

Tafel für die Winkel am Mittelpunkte und am Umkreise der regulairen Polygone von drei bis zwölf Seiten.

Namen.	Seiten.	Winkel am Mittelpunkt. (Zenterwinkel.)		Winkel am Umkreis. (Polygonwinkel).	
Dreyeck	3	120°	00′	60°	00′
Viereck	4	90	00	90	00
Fünfeck	5	72	00	108	00
Sechseck	6	60	00	120	00
Siebeneck	7	51($\frac{3}{7}$oder)	25$\frac{5}{7}$	128	34$\frac{2}{7}$
Achteck	8	45	00	135	00
Neuneck	9	40	00	140	00
Zehneck	10	36	00	144	00
Eilfeck	11	32($\frac{8}{11}$od.)	43$\frac{7}{11}$	147	16$\frac{4}{11}$
Zwölfeck	12	30	00	150	00

Diese Tafel entstehet, wie im vorigen §. schon gesagt worden, wenn man 360, als die Grade des Umkreises, durch die Zahl der Seiten eines jeden Polygons dividirt, wo dann die Quotienten die Winkel am Mittelpunkte sind; der Winkel am Mittelpunkte, subtrahirt von 180 Grad, giebt den Winkel am Umkreise.

Z. B. Man beschreibe um das Vieleck einen Zirkel, wie hier Fig. 67., um das Sechseck: so ist das Maas des Polygonwinkels FED = 180° — dem Bogen ED. Nun ist aber ED = $\frac{1}{6}$ von dem Zirkel; folglich ist der Polygonwinkel = 180 — $\frac{360}{6}$°.

§. 173.

70ste Aufgabe.

Fig. 74.

Eine andere Art, als §. 170. angegeben worden, auf eine gegebene gerade Linie, zur Seite eines Vielecks, ein 5, 6, 7, 8 bis 12 Eck zu beschreiben, nach dem halben Polygonwinkel.

Es sey gegeben die Linie a b. Man setze in a und d den halben Polygonwinkel nach der Tabelle des vorigen Paragraphs. Z. B.

vom Fünfeck = $54°$
vom Sechseck = 60
vom Siebeneck = $64\frac{2}{7}$
vom Achteck = $67\frac{1}{2}$ ꝛc.

Wo sich die Linien durchschneiden, in c, da wird der Zirkel eingesetzt, und durch a und b ein blinder Umkreis gezogen, so wird sich a b fünf, sechs, sieben, acht bis zwölfmal herum tragen lassen, nachdem der halbe Polygonwinkel von einem Fünf, Sechs, Sieben, Achteck ꝛc. genommen worden, wie z. B. hier von einem Fünfeck.

X. c.

Zeichnung regulairer Figuren oder Vielecke (Polygons) in einem Zirkel.

§. 174.

71ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. X. Num. 1.

In einem vorgegebenen Zirkel ein gleichseitig Dreieck zu zeichnen, oder den Zirkelkreis in drei gleiche Theile zu theilen.

Mit dem Radio des Zirkels ziehe man durch den Mittelpunkt desselben einen Bogen. Von den Punkten, wo dieser den Umkreis durchschneidet, ziehe man von einem zu dem andern eine Linie; diese Linie ist die eine Seite des Dreiecks. Von jedem dieser Punkte mache man mit der Weite der gezogenen Linie an das andere Ende des Zirkels Kreuzbögen, und ziehe an den Durchschneidungspunkt Linien, so ist das Dreieck gezeichnet, dessen Spitzen den Zirkelkreis berühren.

§. 175. a.

72ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. X. Num. 2.

In einem gegebenen Zirkel ein gleichseitig Viereck zu zeichnen, oder den Zirkel in vier gleiche Theile zu theilen.

Man ziehe durch den Mittelpunkt des gegebenen Zirkels den Durchmesser desselben, theile ihn durch

eine Perpendikularlinie in zwei gleiche Theile. Von den Punkten, wo diese Linien den Zirkelkreis berühren, ziehe man Linien von einem zu dem andern, so ist es geschehen.

§. 175. b.

73ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. X. Num. 3.

In einem gegebenen Zirkel ein regulaires Fünfeck zu zeichnen, oder den Zirkel in fünf gleiche Theile zu theilen.

Man ziehe den Durchmesser, und setze auf die Mitte desselben eine Perpendikularlinie. Man theile jeden halben Durchmesser in zwei Theile. In dem einen Theilungspunkt setze man den Zirkel, und ziehe mit der Weite des Radii von dem andern Theilungspunkt eine blinde Linie bis an den Punkt, wo die gezogene Perpendikularlinie den Zirkel durchschneidet. Die Weite der Sehne dieses letztern Bogens ist die Weite einer Linie, die den Zirkel in fünf gleiche Theile theilet.

§. 176.

74ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. XI. Num. 1.

In einem gegebenen Zirkel ein regulaires Sechseck zu zeichnen, oder den Zirkel in sechs gleiche Theile zu theilen.

Mit der Länge des Radii ziehe man von einem Ende desselben durch den Mittelpunkt des Zirkels einen

nen Bogen. Verlängere den Radium bis an die entgegengesetzte Seite des Zirkels, und ziehe daselbst einen gleichen Bogen, so ist der Zirkel in sechs gleiche Theile getheilet.

Blos durch die Länge des Radii des gegebenen Zirkels kann derselbe in sechs gleiche Theile getheilet werden. Denn eine Linie, die den Umkreis des Zirkels in sechs gleiche Theile theilen soll, muß die Sehne eines Bogens von 60 Graden seyn, nemlich des sechsten Theils von 360 Graden, als des Inhaltes des ganzen Umkreises.

§. 177.

75ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. XII. Num. 3.

In einem Zirkel ein regulaires Siebeneck zu zeichnen, oder den Zirkel in sieben gleiche Theile zu theilen.

Man ziehe, wie in der vorigen Aufgabe, mit der Länge des Radii durch den Mittelpunkt des Zirkels einen Bogen. Ziehe die Sehne dieses Bogens. Die halbe Länge desselben, nemlich vom Umkreis des Zirkels an, bis dahin, wo sie den Radium schneidet, ist die Länge einer Linie, die den Umkreis des Zirkels in sieben gleiche Theile theilet.

§. 178.

§. 178.

76ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. XIII. Num. 3.

In einem Zirkel ein regulaires Achteck zu zeichnen, oder den Zirkel in acht gleiche Theile zu theilen, ingleichen in 16, 32, 64 u. s. w.

Man verfähret wie §. 175. bei Zeichnung des Vierecks gezeigt worden. Von dem Endpunkt einer dieser Linien und dem Endpunkt der nächst daran gelegenen ziehe man blinde Bögen; von dem Punkt ihrer Durchkreuzung ziehe man eine Linie gegen den Mittelpunkt des Zirkels. Von dem Punkt, wo diese Linie den Umkreis schneidet, bis an den Berührungspunkt des Kreises der nächsten Linie, erhält man eine Seite des Achtecks. Theilet man den Bogen einer solchen Linie wieder in 2, 4, 8 gleiche Theile u. s. w. so bekommt man die Vielecke von 16, von 32, von 64 Seiten u. s. w.

§. 179.

77ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. XII. Num. 1.

In einem Zirkel ein regulaires Neuneck zu zeichnen, oder den Zirkel in neun gleiche Theile zu theilen.

Man ziehe durch den Mittelpunkt des Zirkels den Durchmesser, und verlängere ihn auf der einen Seite über den Umkreis hinaus um die Hälfte. Bemerke

merke zugleich den Mittelpunkt des Zirkels. Die Länge des halben Diameters trage man von einem Ende des Durchmessers, daß sie den Umkreis berührt; von diesem Berührungspunkt ziehe man eine Linie bis an das Ende des verlängerten Durchmessers. Da, wo sich diese beiden Linien durchschneiden, setze man den Zirkelfuß ein, und bemerke den halben Diameter gegen den Umkreis auf der zweiten langen Linie. Von diesem Punkt an nehme man die Weite bis an den Mittelpunkt, und ziehe einen Bogen von einer Linie zur andern; die Sehne dieses Bogens ist eine Linie, deren Länge den Umkreis in neun gleiche Theile theilet.

§. 180.

78ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. XII. Num. 2.

In einem Zirkel ein gleichseitiges Zehneck zu zeichnen, oder den Zirkel in zehn gleiche Theile zu theilen.

Man zeichne den halben Durchmesser des Zirkels; da, wo er den Umkreis berühret, setze man eine Perpendikularlinie daran. Von dem Eckpunkt derselben, mit der Weite bis an den Mittelpunkt, ziehe man von dem Mittelpunkt einen Viertelsbogen an die Perpendikularlinie; theile den halben Durchmesser in zwei Theile, und von dem Theilungspunkt, bis an den Punkt, wo sich der Viertelsbogen und die Perpendikularlinie durchschneiden, ziehe man eine Linie;

da wo diese Linie den Zirkelkreis durchschneidet, bis an das Ende des Radii, ziehe man eine Linie, diese ist der zehnte Theil des Zirkels, oder theilet ihn in zehn gleiche Theile.

§. 181.

79ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. XIII. Num. 1.

In einem Zirkel ein gleichseitiges Eilfeck zu zeichnen, oder den Zirkel in eilf gleiche Theile zu theilen.

Man ziehe den Radium des Zirkels. Theile ihn in zwei gleiche Theile. Von dem Punkt, wo er den Umkreis berührt, mit der Weite bis an den Theilungspunkt, ziehe man vom letztern an einen Bogen bis an den Umkreis des Zirkels; ingleichen einen Gegenbogen von dem Ende des Radius gegen den erstern Bogen. Von dem Punkt, da wo sich diese Bögen durchschneiden, bis an den Punkt, wo der erste Bogen den Umkreis schneidet. In diesen letztern Punkt setze man den einen Zirkelfuß ein, und mit der Weite bis zu dem ersten Punkt, ziehe man von solchem aus einen kleinen Bogen bis an den Umkreis des Zirkels. Von da bis an den Theilungspunkt des Radius, wird eine Linie gezogen, die dann der eilfte Theil des gegebenen Zirkelkreises ist.

§. 182.

§. 182.

80ste Aufgabe.

Tab. I. Fig. XIII. Num. 2.

In einem gegebenen Zirkel ein gleichseitiges Zwölfeck zu zeichnen, oder einen Zirkelumkreiß in zwölf gleiche Theile zu theilen, deren jeder dreißig Grade hält.

Man verfahre nach der 74sten Aufgabe §. 176. so wird sich aus der blosen Ansicht der hier vorgestellten Zeichnung die Zeichnung des Zwölfecks leicht geben. Man ziehe nemlich den Durchmesser, und mitten durch denselben eine Perpendikularlinie. Von dem Punkt, wo jede Linie den Umkreiß berührt, mit der Weite bis an den Mittelpunkt, ziehe man einen blinden Bogen, so wird der Umkreiß in zwölf gleiche Theile getheilet seyn.

Theilet man jeden Bogen wieder in zwei gleiche Bögen, so wird die Sehne eines von diesen neuen Bögen die Seite des Vielecks von 24 Seiten seyn. Auf gleiche Weise erhält man auch die Vielecke von 48, von 96, von 192 Seiten u. s. w.

X. d.

Verschiedene Universalmanieren, regulaire Vielecke in einem Zirkel zu zeichnen.

§. 183.

81ste Aufgabe.

Fig. 75.

Ein jedes Vieleck, z. B. das Fünfeck, in einem Zirkel mechanisch zu beschreiben.

Es giebt verschiedene Arten, die Vielecke aufzureissen, welche aber meistens weitläuftig sind, und nicht genau genug zutreffen. Am besten kommt man davon, wenn man sich eines richtigen Transporteurs bedienet, wenn man zuvor durch eine kleine Rechnung den Zenterwinkel gefunden (§. 171.), oder sich der schon berechneten Tabelle (§. 172.) bedienen will.

Man ziehet zuerst in den gegebenen Zirkel den Durchmesser a b, legt den Transporteur an denselben genau an, so daß sein Zentrum den Mittelpunkt des Zirkels c berühre, zähle von a 72 Grade ab vor den Zenterwinkel des Fünfecks, und bemerke daselbst den Punkt d. Der Transporteur wird hinweggenommen, und von c durch d bis an den Umkreis die Linie c e gezogen. Nimmt man alsdann die Weite a e, als die eine Seite des Fünfecks, und trägt sie noch viermal auf dem Umkreis herum, so wird der lezte Theil wieder

wieder in a treffen. Hernach ziehet man von c nach e, von e nach f, von f nach g, von g nach h, und endlich von h nach a Linien; so ist das Fünfeck in einem Zirkel beschrieben.

Diese Manier ist zwar nur mechanisch, weil man den Transporteur dazu gebraucht. Sie ist aber deswegen nicht zu verachten, theils weil sie allgemein und leicht, theils weil sie eine Probe in sich hält, woraus man siehet, ob man richtig gezeichnet hat.

§. 184.

82ste Aufgabe.

Fig. 76.

In einem Zirkel die Linien zu einem Drei- Vier- Fünf- bis Zwölfeck zu zeichnen.

Man ziehe in den gegebenen Zirkel den Durchmesser a b. Trage den Radium a c zweimal aus a in g und f, so ist a f die Seite des Dreiecks.

Man theile den halben Zirkelbogen a b in zwei gleiche Theile in e, und ziehe a e, so ist a e die Seite des Viereckes.

Theilet man den Radium c b in zwei gleiche Theile in m, sezet den Zirkel da ein, und ziehet aus m den Bogen d n, oder bemerkt nur den Punkt n auf der Linie a c, so ist n d die Seite des Fünfeckes.

Der Radius a c giebt die Seite des Sechseckes ab.

Wird die Linie f m aus der Mitte des Radii c b perpendikular gezogen, so erhält man ein Siebeneck.

Theilet man den Bogen a e in zwei gleiche Theile, so ist h e die Seite des Achtecks.

Theilet man den Bogen a f vom Dreieck in drei gleiche Theile, so ist a r die Seite des Neunecks.

Die Hälfte des Bogens n d giebt das Zehneck.

Die Hälfte des Bogens a g das Zwölfeck.

Dieser Paragraph ist gleichsam eine Repetition aller der Paragraphen von 174 bis 182.

§. 185.

83ste Aufgabe.

Fig. 77.

Ein Verfahren, in einem gegebenen Zirkel ein regulaires Polygon zu beschreiben, welches sich der Wahrheit beinahe nähert.

Man theile den Durchmesser a b in so viel gleiche Theile, als die Figur Seiten hat. Von dem Mittelpunkt o errichte man die senkrechte Linie o m. Man mache m n gleich $\frac{3}{4}$ von o m. Von n ziehe man c n durch die zweite Theilung des Durchmessers. Man verbinde die Punkte A C, wo dann die Linie A C die Seite des verlangten Polygon, hier ein Fünfeck, seyn wird.

§. 186.

84ste Aufgabe.

Fig. 78.

Die etwas veränderte Universalmanier des Renaldini, wie ein jedes Vieleck in einem Zirkel zu beschreiben.

Carolus Renaldinus hat eine Universalmanier für alle Vielecke angegeben; es hat aber Herr Wagner, Professor der Mathematik in Helmstädt, ihre Unrichtigkeit in einer Disputation erwiesen. Diese hier trift so ziemlich genau zu. Man ziehe durch den Mittelpunkt T des Zirkels den Durchmesser V 7, und theile ihn in so viel gleiche Theile ein, als das Vieleck Seiten bekommen soll, hier sieben, und bezeichne sie durch die Punkte 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. Setze hernach den Zirkel in V, und eröfne ihn bis 7, beschreibe damit den Bogen D 7 C, und aus 7 mit gleicher Weite den Bogen D V C, so daß beide einander bei D und C durchschneiden; endlich ziehe man durch die geraden Theilungspunkte 2. 4. 6. u. s. w. aus denen Punkten D und C die Linien D B, D A, D Z: ingleichen C W, C X, C Y, hänge endlich die Punkte V, W, X, Y, Z, A, B, V zusammen, so ist das Siebeneck fertig.

§. 187.

85ste Aufgabe.

Fig. 79.

In einem jeden vorgegebenen Zirkel ein jedes verlangtes regulaires Vieleck zu zeichnen, oder den Zirkel in verlangte Theile zu theilen.

Der gegebene Zirkel sey A K B. Man verlangte z. B. darein ein regulaires Dreizehneck zu zeichnen. Man ziehe den Diameter A B. Aus dem Punkt A ziehe man eine gerade Linie von beliebiger Länge A C. Trage auf solche von dem Punkt A an 13 gleiche Theile. Ziehe den lezten Theil mit einer Linie aus B zusammen. Durch den Theil oder Zahl 2 ziehe man die gerade Linie E F D, die mit der Linie 13 B parallel laufe und den Durchmesser in F durchschneide. Nehme unterdessen die Weite des Durchmessers A B, und zeichne aus den zwei Punkten A B zwei gleiche Bögen, die sich in G durchkreuzen. Aus dem Punkt G und dem Durchschnittspunkt F ziehe man eine gerade Linie G F H. so ist der Theil A H ein dreizehnter Theil des Zirkels.

§. 188.

Fig. 80.

Anzeige eines Schema, nach welchem man Zirkel mechanisch in begehrte Theile theilen kann.

Dieses Schema habe ich schon oben §. 30. gedacht. Es enthält eine Anleitung, wie ein Zirkel von

zwei

zwei bis in neun Theile getheilet werden kann. Der Zirkel a k c a, dessen Mittelpunkt b ist, ist durch den Diameter in zwei gleiche Theile getheilt. Der Radius b c, der in e getragen ist, theilet durch die Linie e a den Zirkel in drei gleiche Theile. Durch die Linie b k wird der Zirkel durch c k in vier Theile getheilet. Mit der Weite a c sind die Bögen a f, c f gezogen. Die Weite a b ist von a nach d getragen, und die Linie d h, so parallel mit a b gezogen, durchschneidet den Bogen a f in g. Die Linie von b nach dem Durchschnittspunkt g, giebt die Länge einer Linie, die den Zirkel in fünf Theile theilet. Die Linie c e, die der Linie c b gleich ist, giebt die Länge, den Zirkel in sechs Theile zu theilen. Durch die Höhe der schon angezeigten Linie d h von h bis b, erhält man die Länge einer Linie, die den Zirkel in sieben Theile theilet. Wo die Linien a e und g b einander durchschneiden, ist der Punkt i, und die Länge der Linie von i bis a theilet den Zirkel in acht Theile. Und da, wo sich die Linie h e und k c bei m durchschneiden, giebt die Länge der Linie von i bis m das neunte Theil des Zirkels.

Die zweite Tafel enthält das schon §. 44. angezeigte Schema, nach welchem eine Linie von zwei bis in 25 Theile zu theilen ist.

Beide Schemata sind unzertrennlich im Gebrauch; das letztere dienet, die Verhältnisse der Durchmesser der Zirkel, die man theilen will, gegen den Durch-

 messer

messer des Zirkels dieses Schema zu vergleichen, und nach diesem Verhältniß auch die Verhältnisse der übrigen Theilungslinien leicht zu erhalten.

§. 189.

Tabelle, in welcher die Seiten der regulairen Vielecke von drei bis zwölf, und die Größe des Perpendikuls aus dem Zentro des Zirkels bis auf die Seite des Vielecks in 10,000,000 Theilen des halben Durchmessers ausgerechnet sind, nach welchen man die Vielecke vermittelst eines tausendtheiligen Maasstabes *) in den Zirkel beschreiben kann.

	Seite.	Perpendikul.
3 Eck	17320508	5000000
4 Eck	14142136	7071068
5 Eck	11755706	8090170
6 Eck	10000000	8660254
7 Eck	8677675	9009688
8 Eck	7653668	9238795
9 Eck	6840404	9396926
10 Eck	6180340	9510565
11 Eck	5634651	9594930
12 Eck	5176380	9659258

§. 190.

*) Dergleichen Maasstäbe werden sowohl auf Meßing gestochen, als auch auf Holz getragen und mit einem Firniß bezogen, bei mir verfertiget.

§. 190.
Tabelle, welche anzeigt, wie groß der Radius und gedachter Perpendikul sind, wenn die Seite des Vielecks 10,000,000 Theile hält.

Sie kann unter mehr andern dienen, die regulairen Figuren auf eine dazu gegebene Seite zu beschreiben.

	Radius.	Perpendikul.
3 Eck	5773503	2886751
4 Eck	7071068	5000000
5 Eck	8506508	6881909
6 Eck	10000000	8660254
7 Eck	11523825	10382607
8 Eck	13065630	12071068
9 Eck	14619022	13737387
10 Eck	16180340	15388417
11 Eck	17747331	17028439
12 Eck	19318516	18660254

§. 191.

86ste Aufgabe.

Fig. 81.

Eine mechanische Art für Künstler, regulaire Vielecke in Zirkel zu zeichnen.

Theilet man den Zirkel in vier gleiche Theile, so ist d c die Seite eines Quadrats. Theilet man den Semidiameter in zwei Theile, und ziehet l i zu a c parallel; so ist l i die Seite eines Dreiecks. Macht man mit der Oefnung a f den Bogen a g, so ist die Sehne a g die Seite eines Fünfecks. d g ist alsdann die Seite eines Sechzehnecks, und g 10 die Seite eines Zehnecks. Der Semidiameter ist die Seite eines Sechsecks. h c die Seite eines Achtecks. c i giebt die Seite eines Zwölfecks, und f i die Seite eines Siebenecks. Diese mechanischen Vortheile sind Künstlern sehr nützlich.

§. 192.

Etwas von umschriebenen Figuren.

Fig. 82.

Es ist hier der Ort nicht, wo ich die Art beschreiben kann, um eine regulaire oder irregulaire Figur wider eine regulaire oder irregulaire Figur zu beschreiben; ich will aber doch eine Art davon beschreiben, die blos mechanisch ist.

Eine geradlinichte Fläche beschreibt man innerhalb eines Zirkels, wenn nemlich die Peripherie des Zir-

Zirkels durch alle Spitzen der geradlinichten Figur gehet, wie ich bisher gezeiget habe. Und eine geradlinichte Fläche wird um einen Zirkel beschrieben, wenn alle Seiten der Fläche die Peripherie des Zirkels berühren.

Ziehet man daher zu den Seiten einer Figur A B, B D u. s. w. die Parallellinien a b, b d u. s. w. so daß alle diese Linien die Peripherie berühren; ferner, verlängert man die Radios C A, C B, bis in a und b u. s. w. so ergiebt sich die regulaire Figur a b d e f g.

§. 193.

87ste Aufgabe.

Fig. 83.

Die Seiten eines jeden regulairen Polygons sind anzusehen als Sehnen eines Zirkelbogens.

Wenn man einen rechten Winkel aus der Mitte eines jeden Bogens nach dem Mittelpunkt c ziehet: so werden dadurch die Schenkel c b und c d, auch c a u. s. w. gleich lang. Bei einem regulairen Vielecke müssen diese Perpendikularlinien sich da schneiden, wo alle Schenkel aller nebeneinander liegender Triangel zusammen stoßen; mithin, wenn man den Zirkel in diesem Punkte C sezet so muß er alle Polygonwinkel berühren, wenn er einen berührt; mithin sind die Seiten Sehnen eines Zirkels.

Als.

Also kann man ein jedes regulaires Polygon in so viel gleiche Triangel theilen, als es Seiten hat.

§. 194.

Anmerkung, die Zeichnung der regulairen Vielecke überhaupt betreffend.

Es würde hier am unrechten Platz stehen, wenn ich des allgemeinen Gebrauchs und Anwendung der regulairen Vielecke gedenken wollte. Ihr Gebrauch in der Kriegs- und bürgerlichen Baukunst ist von großem Belang. Man giebt Wasserbehältern, Springbrunnen, öffentlichen Pläzen in Städten u. a. m. oft die symmetrische Gestalt dieser Figuren.

Schülern der Geometrie werde ich in den folgenden Theilen Anweisung geben, wie sie diese Zeichnungen zu ihrem Vergnügen benutzen können; wie sie die schönsten Arbeiten von Pappe sich selbst machen, mit Papier beziehen, malen und lakiren können, wenn ich ihnen vorerst werde gezeigt haben, wie sie diese Flächen zum Zusammensetzen verschiedener geometrischer Körper von hunderterlei Arten anzuwenden haben, woraus sich erst das Weitere ergiebt.

Der

Der mechanischen Geometrie zweite Hauptabtheilung.

In welcher vorzüglich
der Gebrauch der zerschnittenen Figuren-Täfelein
die in die III. IV. und V. Tafeln eingelegt sind,
vorkommt.

XI.

Zusammengesezte Figuren oder die geometrische Methode, wie geradlinigte Figuren vergleichen werden.

§. 195.

Einleitung.

Es wird oft erfordert, entweder verschiedene Figuren in eine einzige zu bringen, die jeglicher insbesondere ähnlich sey; oder auch, aus einer Figur andere von gleicher Gattung zu machen. Dieses läßt sich bewerkstelligen, wenn man anfangs nach Rektangeln arbeitet:

beitet: weil alle geradlinigte Figuren nichts anders, als Zusammensezungen von Triangeln sind, und weil jeglicher Triangel die Hälfte eines Rektangels ist, welcher eine gleiche Höhe und gleiche Grundlinie mit ihm hat.

§. 196.

Pythagorischer Lehrsaz.

88ste Aufgabe.

Die Oberfläche eines jeden regulairen Vielecks, vom Dreieck bis zum Zwölfeck, dessen eine Seite auf die Hypothenuse eines rechtwinklichten Triangels gesezt worden, ist der Oberfläche zweier andern eben solcher Vielecke gleich, deren eine Seite auf die beiden andern Seiten eben dieses Triangels gesezt worden.

Tab. III. Fig. XXVIII. und Fig. 84.

Alle regulaire Figuren sind in gleichem Verhältniß untereinander, wenn die Seiten derselben einerlei Maas haben. Z. B. Zwei gleichseitige Triangel haben eben das Verhältniß untereinander, wie zwei Quadrate, wenn die Seiten derselben gleiches Verhältniß haben; so auch zwei Kreisflächen gleiches Verhälniß wie zwei Quadrate, wenn ihre Durchmesser sich so verhalten, wie die Seiten der beiden Quadrate. — Dieses vorausgesezt, so lassen sich mit Hülfe dieses Lehrsazes alle regulaire Figuren so zusammen sezen.

Diesen Lehrsaz hat einer der größten griechischen Weltweisen, Pythagoras, erfunden; er ist von unbeschreib-

schreiblichen Nutzen in der ganzem Mathematik, daher er auch von einigen Magister Mathescos genennet wird. Man erzehlet, daß die Schüler des Pythagorä denen Musen zur Dankbarkeit für die Erfindung desselben eine Hekatomben geopfert, d. i. nach der allgemeinsten Erklärung, ein Opfer von hundert Ochsen.

Da nun dieser pythagorische Lehrsaz auch in der Geometrie so allgemein nüzlich ist, so gehört auch die Erklärung desselben vorzüglich hieher.

§. 197.

Wenn man über die gröste Seite (Hypothenuse) A C, eines rechtwinklichten Dreieckes A B C, z. B. ein Quadrat A C H I beschreibt, so ist dieses den beyden Quadraten gleich, welche über die beiden Seiten A B und B C, die den rechten Winkel A B C einschließen, beschrieben werden.

§. 198.

Um sich von der Wahrheit dieses Satzes erstlich auf eine leichte mechanische Art zu überzeugen, gebe man den Seiten A B und B C, die beide einen rechten Winkel A B C einschließen, der ersten A B vier und der zweiten B C drei gleiche Theile. Ziehet man hierauf die Linie A C, so werden auf diese genau fünf solcher Theile gehen, als auf A B vier, und auf B C drei gehen. Beschreibt man über die drei Seiten des rechtwinklichten Dreiecks die drei Quadrate A B E D, B C F G und A C H I, so wird man durch bloßes Aufzählen finden, daß das Quadrat über A C eben so

viel

viel kleine Quadrate in sich faßt, als die beiden andern Quadrate zusammen genommen enthalten. Nemlich das Quadrat auf A B hat 16 Theile, und das auf B C 9 Theile, welches zusammen 25 Theile sind; eben so viel enthält das Quadrat auf A C für sich allein, Man sehe die Abtheilungen der kleinen Quadrate durch die rothen Linien auf unserer Figur.

§. 199.

Will man diesen Satz aber geometrisch einsehen lernen, so nehme man Fig. 84. zu Hülfe, weil auf solcher noch die Linien l c und c f gezogen sind, die sich in der Zeichnung auf der dritten Tafel bisher nicht befunden, nun aber darauf getragen sind. Diese Figur dienet also nur denjenigen, die diese mechanisch-geometrischen Tafeln bis zur Herausgabe dieses kleinen Werks erhalten haben. Man ziehe aus dem rechten Winkel A B C die Perpendikularlinie B L, so theilet diese das Quadrat der Hypothenuse A C H I in zwei Rechtecke A M H L und L M C I. Das erste muß so groß seyn, als das ihm zunächst liegende Quadrat A B E D, und das andre so groß als das Quadrat B C F G. Wenn man nun die Linien I B und A G zieht; so entstehen die beiden Dreiecke B C I und A C G, von denen sich beweisen läßt, daß sie einander gleich sind. Denn C = A C und C B = C G, weil es Seiten von einem Quadrate sind. Der Winkel A C I = B C G = L; addirt man zu jedem den Winkel A C B, so muß auch der Winkel B C I dem Winkel A C G

gleich

gleich seyn. Folglich haben die beiden Dreiecke zwei gleiche Seiten und einen zwischenliegenden Winkel, und sind sich daher gleich. Zieht man nun im Rechtecke L I M C, und im Quadrate B C F G die Diagonallinien L C und C F, so ist △ L I C = △ B C I; und △ C F G = △ A C G, weil es Dreiecke sind, die einerlei Grundlinien und Höhen haben; da aber △ B C I = △ A C G, so ist auch △ L I C = △ C F G. Nun ist △ L I C = ½ Rechteck L I M C, und △ C F G = ½ □ C B F G, folglich ½ Rechteck L I C M = ½ □ C B F G, das ist: das Rechteck L I M C ist gleich dem Quadrat B C F G. Eben so läßt sich auch beweisen, daß das Rechteck A H L M dem Quadrate A B D E gleich ist, wenn man von H nach B und von D nach C gerade Linien zieht. Uebrigens wird der Beweis eben so geführet, als bei dem Rechtecke L I M C. Die beiden Rechtecke zusammen genommen, sind gleich dem Quadrate A C H I, also ist dieses so groß, als □ C B F G, und □ A B D E.

§. 200.

Dieser Saz, daß das Quadrat von A C so groß ist, als die Quadrate der beiden andern Seiten A B und B C, gilt nur einzig und allein von einem rechtwinklichten Dreiecke; oder, wenn man diesen Saz annimmt, so folgt auch, daß der Winkel A B C ein rechter ist.

§. 201. a.

89ste Aufgabe.

Hieraus ergiebt sich eine ganz einfache Art, zwei Quadrate in eins zu bringen.

Nach diesem Saze lassen sich also zwei Quadrate leicht in eins bringen. Denn man darf nur die beiden Seiten der gegebenen Quadrate rechtwinklicht aneinander sezen, und die Hypothenuse ziehen, so ist das Quadrat dieser Linie so groß, als die beiden gegebenen Quadrate.

§. 201. b.

Verlangte man drei, vier und mehr ähnliche Figuren, oder, welches einerlei ist, drei, vier und mehr Quadrate in eins zu bringen, so bediente man sich doch eben derselben Methode. Wollte man z. E. drei zusammen sezen, so machte man erst ein Quadrat, das so groß als die zwei ersten wäre; alsdann fügte man zu dem erhaltenen neuen Quadrate das noch übrige dritte, so bekäme man ein viertes, welches so groß im Inhalte als die drei gegebenen wäre.

§. 201. c.

Es folget hieraus, daß wenn man sich vorsezte, ein Quadrat vier, fünf, sechs und mehrmal größer, als ein anderes zu machen, man nur der gegebenen Methode folgen dürfte, um diese Aufgabe, ja, sogar das Gegentheil derselben, aufzulösen, nemlich: ein

Qua-

Quadrat zu machen, das nur der vierte, fünfte, sechste Theil &c. von einem gegebenen wäre.

§. 202.

90ste Aufgabe.

Eine andere Darstellung des Beweises des pythagorischen Lehrsazes.

Fig. 85.

Es sey A B C der rechtwinklichte Triangel, auf dessen Seiten man die drei Quadrate E A, F C, A I, gezeichnet hat. Man ziehe die Linie B L parallel mit A H, desgleichen auch die Linien B H und C D. Da die Winkel D A B und C A H rechte Winkel sind, so sind sie gleich, und hieraus folget, wenn man einem jeden derselben den Winkel B A C zusezet, so werden auch die Winkel D A C und B A H gleich seyn. Aber die Seite A B ist der Seite D A gleich, und die Seite A C der Seite A H. Folglich sind die Triangel D A C und B A H gleich, und da, zufolge der vorhergehenden Aufgabe, diese Triangel die Hälfte sind, der eine D A C von dem Quadrate E A, und der A B H von dem Parallelogram A L, so folget, daß auch ihre doppelte Größen gleich sind, und daß also auch die Oberfläche des Parallelograms A L der Oberfläche des Quadrats, E A gleich sey. Und da man auf eben diese Art beweisen kann, daß das Parallelogram C L dem Quadrate F C gleich sey, so ist offenbar, daß das Quadrat, welches auf der größten Seite der Hypothenuse stehet,

den zwei andern Quadraten zusammen genommen gleich seyn müsse.

§. 203. a.

91ste Aufgabe.

Auf eine noch andere Art.

Fig. 86.

Dieser eben angeführte Beweiß des pythagorischen Lehrsazes läßt sich im Kurzen auch so ausdrücken:

Man richte auf jeder Seite des Triangels A C B ein Quadrat auf, ziehe von A aus eine Linie A E, die mit C I und B D parallel laufe, aus C die Linie C G, und aus A die Linie A D. Hier ergiebt sich nun leicht, daß der Triangel G C B dem halben Quadrat G B A H, und der Triangel B A D dem halben Parallelogram B D E F gleich sey; denn die Basis (Grundlinie) und Höhe beider Triangel ist der Seite und Höhe beider Vierecke völlig gleich, also sind jene die Hälfte von diesen. — Ferner siehet man, daß diese beiden Triangel G C B und A D B einander gleich sind; denn G B = A B = B D und C B G = D B A, weil jeder Winkel aus einem rechten und dem gemeinschaftlichen C B A besteht.

Triangel aber, in denen zwei Seiten mit dem dazwischen liegenden Winkel gleich sind, sind einander völlig gleich.

Da nun beide Triangel die Hälfte von den Vierecken A B H G und B D E F einander gleich sind, so ist auch

auch das ganze Quadrat A B H G dem Rektangulo B D E F gleich. Auf eben diese Methode zeigt sich auch daß F E I C dem Quadrat C L K A gleich sey. Also ist F E I C + B D E F, nemlich das ganze Quadrat der Linie B C, den Quadraten der beiden andern Seiten C A und A B gleich.

§. 203. b.

Nimmt man das Drittel, Viertel, Fünftel von der Höhe der Quadrate; so bleibt einerlei Verhältniß.

§. 203. c.

Fig. XXVIII. Num. 1. Tab. III.

Daß die ähnlichen Oblonga, so auf den beiden Seiten b c und a b stehen, gleich dem ähnlichen Oblongo, so auf der Hypothenusa stehet, ist so zu erweisen:

Gesezt die □ b c f g, □ a b d e, □ a c h i, würden in den Mitten ihrer Höhen c g, b e, a h, parallel mit den Grundlinien b c, b a und a c durchschnitten; so entstünden ähnliche Oblonga, welche zugleich die Hälften von den Quadraten wären. Da nun das ganze □ b c f g + □ b a e d = □ a c h i; so würden auch die Oblonga von c g and b e, als die Hälften, gleich seyn müssen dem Oblongo von □ a c h i.

§. 204. a.

92ste Aufgabe.

Fernere Anwendung des pythagorischen Lehrsatzes auf ähnliche Vielecke.

Fig. 87.

Hätte man zwei ungleiche große, aber sich ähnliche Vielecke, wie A D M G F und D N O P N, und man wollte daraus ein drittes machen, dessen Fläche den zwei ersten zusammen gleich wäre, so darf man nur die Grundlinien A D und H D dieser Figuren auf die zwei Seiten eines rechten Winkels A D H tragen: so giebt die größte Seite A H des alsdann geschlossenen Triangels A D H die Grundlinie der verlangten Figur A H Q R S.

Den Beweis machen die schon erklärten eingeschriebenen Quadrate A B C D, D L K H und H A E I.

§. 204. b.

Daß alle ähnliche vieleckigte Flächen, regulaire und irregulaire, die auf den beiden Seiten H D und D A des rechtwinklichten Triangels H D A stehen, zusammengenommen gleich seyn dem ähnlichen Vieleck, so auf der Seite H A stehet, beweiset folgendes:

Alle ähnliche Vielecke können durch die Diagonalen in ähnliche Triangel zertheilt werden. Von ähnlichen Triangeln ist im folgenden §. erwiesen, daß beide kleinere nach ihrem Flächeninhalt so groß sind, als der größere auf der Hypothenuse stehende Triangel.

Wie sich aber verhalten alle Theile des Ganzen, so verhalten sich die Ganzen selbst.

§. 205.

93ste Aufgabe.

Durch sich ähnliche gleichseitige Triangel ungleicher Größe bewiesen.

Fig. 88.

Man seze von beiden Triangeln eine Seite winkelrecht aufeinander. Ziehet man die Hypothenuse a b, so ist der darauf gesezte gleichseitige Triangel so groß, wie die andern beide. Z. B. In dem Triangel B sind 9 gleichseitige Triangel enthalten, und in dem Triangel A 16 von der nemlichen Größe. Da nun der Triangel C 25 Triangel hält, die mit den übrigen 25 gleich groß sind: so ist C = A + B.

§. 206. a.

94ste Aufgabe.

Beweiß mit gleichseitigen, gleichschenklichten und andern Triangeln.

Tab. III. Fig. XXVIII. Num. I.

Eben diesen Beweiß findet man in der eben angezeigten Figur mit zweierlei Arten von Triangeln, davon eine weitere Erklärung unnöthig ist.

§. 206. b.

Daß die ähnlichen Triangel, sie seyen recht-spitz- oder stumpfwinklicht, der beiden Seiten b c

und a b gleich sind dem ähnlichen Triangel von der Hypothenusa a c, ist also zu beweisen:

Von rechtwinklichten Triangeln wäre es leicht zu beweisen: da dürfte man nur von h bis c, von a bis e, von f bis c eine Diagonallinie durch die Quadrate ziehen, so würden rechtwinklichte Triangel daraus, welches die Hälften ihrer Quadrate sind. Da nun die ganzen Quadrate einander gleich sind, so müssen auch die Hälften sich gleich seyn.

§. 206. c.

Von allen übrigen Triangeln wäre es also darzuthun: Ein jeglicher Triangel kann als die Hälfte eines Parallelogramms z. E. eines Oblongi, betrachtet werden, daß mit ihm gleiche Höhe und gleiche Basin hat. Da nun von Oblongis zu erweisen, daß die beiden ähnlichen Oblonga, die auf den beiden Seiten von b c und a b des rechtwinklichten Dreiecks a b c stünden, gleich wären dem ähnlichen Oblongo, welches auf der Hypothenusa a c stehet, so folget, daß auch ihre Hälften, welches die ähnlichen Triangel sind, die mit ihnen gleiche Basin und Höhe haben, und spitz- auch stumpfwinklicht seyn können, sich eben also verhalten müssen.

§. 207.

§. 207.

95ste Aufgabe.

Die Oberfläche eines Zirkels, dessen Diameter auf die Hypothenuse eines rechtwinklichten Triangels gesezt worden, ist der Oberfläche zweier anderer Zirkel gleich, deren Diameter auf die beiden anderen Seiten eben dieses Triangels gesezt worden.

Tab. III. Fig. XXVIII. Num. 1.

Daß auch die Zirkelflächen, deren Durchmesser die Hypothenuse a c ist, gleich sey den beiden Zirkelflächen, deren Durchmesser die beiden übrigen Seiten c b und a b des rechtwinklichten Triangels a b c sind, beweiset sich also:

Es ist □ a c h i = □ a d b e + □ b c f g: da sich nun die Zirkel gegeneinander eben so verhalten, wie die Quadrate ihrer Durchmesser; hier aber die beiden □ b c f g + a b d e = □ a c h i; so folget, daß auch die in diesen Quadraten b c f g + a b d e eingeschlossene zwei Zirkel zusammen genommen gleich seyn müssen dem Zirkel, welcher im □ a c h i eingeschlossen ist.

§. 208.

96ste Aufgabe.

Einen Zirkel zu beschreiben, dessen Oberfläche der Oberfläche zweier gegebener Zirkel gleich ist.

Tab. III. Fig. XXVIII. Num. 2.

Es seyen a b und c d die Diameter der beiden gegebenen Zirkel. Mache aus denselben die beiden Sei-

ten e f und f g des rechtwinklichten Triangels e f g. Theile die Linie e g in zwei gleiche Theile, und beschreibe aus dem Punkte i, als aus dem Mittelpunkte, den Zirkel e f g h, so wird die Oberfläche desselben der Oberfläche der beiden gegebenen Zirkel gleich seyn.

Die Oberfläche der Zirkel verhält sich eben so, wie die Quadrate ihres Diameters (§. 207.), woraus dann folgt, daß ein doppelter Diameter eine vierfach größere Oberfläche gebe.

Die Peripherie der Zirkel verhält sich wie ihr Diameter, und hieraus folget, daß ein doppelter Diameter eine doppelte Peripherie geben müsse.

§. 209.

97ste Aufgabe.

Beweiß, daß der Triangel die Hälfte vom Rektangel und vom Rhomboid ist.

Tab. III. Fig. XXVII.

Ein jeder Triangel A C D, A B D, C E F, C D F, ist halb so groß, wie ein Parallelogram A B C D, E F C D, daß mit ihm einerlei Höhe und einerlei Grundlinie hat. Der Beweiß läßt sich mit den zerschnittenen Figurentäfelein am leichtesten machen. B 1, B 4, B 7 wird durch B 2, B 5, B 8 gedeckt, und wieder umgewandt, sie sind also von gleicher Größe, und machen beide ein Rektangel aus. So wird B 4, B 5, B 6 von B 7, B 8, B 9 gedeckt, und wieder umgewandt, sie sind also ebenfalls von gleicher Größe, und beide machen eine Rhomboid. Da aber Parallelogramma, die gleiche Höhe und Grundlinien haben,

ben, sich gleich sind, so sind auch ihre Triangel einander gleich. Es ist also der Triangel A C D = C D F = A B D = C E F.

Ist der gegebene Triangel A C D ein rechtwinklichter, so daß C ein rechter Winkel ist, so ist C D = C A. Man richte auf der Hypotheuse A D aus A und D einen gleichwinklichten Triangel D auf, dessen Schenkel so groß, als die Seiten des gegebenen Triangels C D A: so ist der Triangel A C D = dem Triangel A B D; also der Triangel die Hälfte vom Rektangel.

Ist der gegebene Triangel C E F schiefwinklicht, so mache man E F = C D auch mit C D parallel: so ist C D = E F und C E = F C. Da nun F E = D C: so ist auch F C D = C F E. Also ist F C D die Hälfte von E F C D.

Da nun in einem jeden Vierecke alle vier Winkel zusammen genommen = vier rechten Winkeln oder 360 Graden: so halten auch in einem Triangel, alle drei Winkel zusammen genommen, die Hälfte, nemlich 180°.

§ 210.

98ste Aufgabe.

Zwei Parallelogramma, deren eines Rektangel, das andere Rhomboid ist, die einerlei Grundfläche und Höhe haben, sind einander gleich.

Tab. III. Fig. XXVII.

Es beweiset sich dieses schon aus dem vorigen. Es sey der Rektangel A B C D, und das Rhomboid

C D E F

C D E F von einerlei Höhe, und ihre Basis die Linie C D. So ist deutlich genug, daß sie einerlei Oberfläche haben, weil die Triangel A C D = D B A = C E F = C F D einander gleiche Seiten haben, und weil auf der andern Seite die Oberflächen eines jeden dieser Parallelogramme der Oberfläche dieser zwei Triangel gleich ist.

Es entstehet hieraus nachfolgende Aufgabe:

§. 211.

99ste Aufgabe.

Die Oberfläche eines jeden Parallelograms, welches mit einem Triangel einerlei Basis und Höhe hat, ist noch einmal so groß, als die Fläche des Triangels.

Tab. III. Fig. XXVII.

Es sey das Parallelogram A B C D oder E F C D. Durch die Diagonalen A D und F C wird jedes in zwei Triangel getheilet, die alle ihre Seiten miteinander gleich haben, und also auch in der Oberfläche einander gleich sind. Folglich ist die Oberfläche eines Parallelograms doppelt so groß, als die Oberfläche des Triangels, die einerlei Basis und Höhe hat.

Diese Aufgabe dienet der oben gegebenen 88sten Aufgabe zu einem Beweise.

§. 212.

Nachträge zur 98sten Aufgabe.

1. Nach derselben sind zwei Parallelogrammen, die gleiche Grundflächen und Höhen haben, einander gleich.

2. Eben so verhalten sich zwei verschiedentlich schräge Rhomboiden von einerlei Höhe und Grundfläche.

3. So sind alle Triangel, welche gleiche Grundlinien und Höhe haben, einander gleich.

4. So sind auch alle Triangel, die gleiche Grundlinien und zwischen Parallellinien ihre Höhe haben, einander gleich. Z. E. C D F ist so groß wie A C D.

5. So ist ein jeder Rhomboides so groß, wie ein Quadrat, wenn beide einerlei Grundlinien und einerlei Perpendikularhöhe haben, oder zwischen Parallellinien stehen.

6. Wenn also ein Triangel A B C Fig. 89. mit einem Quadrat B D A E einerlei Grundlinien A B und Höhe F C hat: so macht jener die Hälfte von dem Quadrat aus; Und ist daher B F C die Hälfte von B D F C, und A F C die Hälfte von F C A E.

7. Auch ist der Triangel gleich einem Parallelogramm, welches mit ihm einerlei Grundlinie hat, und

halb

halb so hoch ist. Fig. 90. △ A C B = □ E F A B. △ E H A = △ H C G. △ C G I = △ I F B.

8. Ingleichen einem Parallelogramm, welches mit ihm einerlei Höhe, und zur Grundlinie die Hälfte von der Grundlinie des Triangels hat. Fig. 91. A C D = E C G D, △ E C H = △ A G H. oder △ A B C = □ E F G K. Hier ist auch △ E C H = △ A G H, und △ C F I = △ K I B.

§. 213. a.

100ste Aufgabe.

Aus zwei gleichen Quadraten eines zu machen.

Tab. III. Fig. XXIV.

Wenn man die Täfelein D 1 und D 2 mit ihren Hypothenusen aneinander sezet, auf gleiche Art D 3 und D 4, so erhält man zwei Quadrate von gleicher Größe; sezet man diese vier Täfelein aber so zusammen, daß ihre vier rechten Winkel zusammen stossen, ihre Hypothenusen aber die äußern Seiten werden, so wird ein Quadrat daraus.

§. 213. b.

101ste Aufgabe.

Ein Quadrat zu machen, das doppelt so groß als ein anderes ist.

Tab. V. Fig. XXV. Num. 3.

Das gegebene Quadrat seye c e d f, nach welchem eines gemacht werden soll, dessen Inhalt doppelt

so

so groß ist, so richte man auf die Diagonallinie c d desselben ein Quadrat auf, wie a b c d. (§. 213.)

§. 214.

102te Aufgabe.

Ein Quadrat zu machen, dessen Oberfläche die Hälfte der Oberfläche eines andern gegebenen Quadrats ist.

Tab. V. Fig. XXV. Num. 3.

Es sey das gegebene Quadrat a b c d. Man ziehe die beiden Diagonalen a d und b c; die Linie a e wird sodann die Seite eines Quadrats seyn, dessen Inhalt die Hälfte von dem Quadrat a b c d ist. Es läßt sich dieses leicht begreifen, wenn man zu äuserst auf den Linien e c und e d die Perpendikularlinien c f und d f aufrichtet. (Tab. III. Fig. XXIV.)

§. 215. a.

103te Aufgabe.

Zwei Quadrate von ungleicher Größe in ein Quadrat zu bringen.

Tab. V. Fig. XXV. Num. 6.

Es seyen gegeben die einander ungleichen Quadrate a b e d und b c f g, daraus ein Quadrat gemacht werden soll. Man untersuchet, nach Anleitung der bisher gegebenen Methode, ob es nicht möglich sey, in der Linie a c einen gewissen Punkt h zu finden, der so beschaffen sey:

1. Daß, wenn man die Linien e h, und h g ziehet, und die Triangel e h a und g c h um die Punkte

e und g

e und g drehet, bis sie die Lagen e d i, g f i bekommen, dieselben zwei Triangel im Punkte i zusammen stoßen.

2. Daß die vier Seiten e h, h g, g i, i e von gleicher Länge und miteinander perpendikular werden.

Nun findet man aber diesen Punkt h, wenn man a h gleich macht der Seite b c oder c g. Denn aus dieser vorausgesezten Gleichheit zwischen a h und b c folget erstlich, daß, wenn sich der Triangel e a h um seinen Winkel e drehet, so daß er die Lage e d i bekommt, der Punkt h, nachdem er in i gekommen, von dem Punkte b in die Weite der Linie a c abstehen wird.

§. 215. b.

Aus eben derselben vorausgesezten Gleichheit zwischen a h und b c erfolget ferner, daß h c gleich seyn wird a b, und daß daher, wenn sich der Triangel g c h um den Punkt g drehet, und in die Lage g f i kommt, der Punkt h ebenfalls in den Punkt i, welcher von b in der Weite der Linie a c abstehet, eintreffen wird. Folglich wird die Figur e a c g f d in eine Figur von vier Seiten e h g i verwandelt werden. Es bleibt also nur noch übrig, zu untersuchen, ob ihre vier Seiten von gleicher Länge sind, und senkrecht aufeinander stehen.

Nun ist die Gleichheit dieser vier Seiten offenbar, weil e i und i g keine andern als e h und h g selbst sind, welche zwei lezten nothwendig einander gleich

seyn

seyn müssen, weil a h gleich ist b c oder c g, und folglich die zwei Triangel e a h und h g c einander gleich und ähnlich sind.

Aber nicht blos, weil die Seite a h der Seite c g gleich ist, sondern vielmehr, weil auch die Seiten e a und h c, und die zwischen a h und a e, sowohl als zwischen h c und c g liegende Winkel a und c einander gleich sind, müssen die zwei Triangel e a h, h g c einander gleich und ähnlich seyn.

Man hat also nur noch zu untersuchen, ob die Seiten der Figur e h g i rechte Winkel miteinander machen. Hiervon nun wird man leicht überzeugt werden, wenn man bemerket, daß, indem h e a sich um den Punkt e drehet, und nach i e d kommt, die Seite e h nothwendig eben dieselbe Bewegung machen muß, wie die Seite g a. Nun macht aber die Seite g a, indem sie g d wird, einen rechten Winkel a e d; folglich wird auch die Seite e h, indem sie e i wird, einen rechten Winkel h e i machen müssen.

§. 215. c.

Wenn dieser Beweiß, daß der Winkel h g i ein rechter Winkel seyn muß, dem Leser undeutlich ist, so betrachte er den Winkel a g h, welcher nach der vorausgesezten Bedingung – daß sich der Triangel g a h nach g d i drehen soll – von dem rechten Winkel a g d erst abgeschnitten, und hernach in d e i wieder angesezt wird; daß folglich das vorhin übrig gebliebene Stück h e d des rechten Winkels a e d eben dasselbe

wieder bekommt, was es verlohren hatte, nemlich, daß h e i wieder ein rechter Winkel seyn muß.

§. 215. d.

Betreffend die übrigen Winkel h, g, i, so ist unläugbar, daß es nothwendig rechte Winkel seyn müssen. Denn eine Figur von vier gleichen Seiten kann unmöglich einen rechten Winkel haben, wenn nicht die andern alle rechte Winkel sind.

§. 215. e.

Wie der Beweiß mit den zerschnittenen Täfelein der Fig. XXV. Tab. V. zu machen.

Mit den zerschnittenen Täfelein der Fig. XXV. auf der Vten Tab. K 1, K 2, K 3, K 4, K 5, läßt sich das bisher erklärte um so leichter erweisen. Man nehme die zwey Quadrate K 1, K 2, K 3, und K 4, K 5, seze sie aneinander, so daß ihre Seiten (a h und h c Num. 6. Fig. XXV.) nur eine einzige Linie (a c) ausmachen. Nehme auf der Linie a b Num. 6. den Theil a h, der der Seite b c gleich ist, und bemerke die Linie h g und h e. Nehme hierauf den Triangel g c h, oder die Täfelein K 2, K 4, und lege sie in die Lage g f i. Man nehme ferner den Triangel h a e, oder das Täfelein K 1, und lege es in die Lage e d i, so wird man das Viereck h g i e erhalten, welches den zwei gegebenen Quadraten gleich ist.

Diese Aufgabe ist von dem Pr. Sturm.

§. 215.

§. 215. f.

Mit eben diesen Täfelein den Beweiß nach dem Lehrsaz des Pythagoras zu machen.

Es sey der Triangel i f g Num. 6. oder das Täfelein K 1, der rechtwinklichte Triangel. Das Quadrat i e h g Num. 6. von der Hypothenusa, oder die Täfelein K 1, K 2, K 5, K 4, K 2 seze man auf die Grundlinie i g, und das Quadrat von der Seite f g, oder die Täfelein K 4, K 5, seze man in f b c g; das Quadrat d e a b von i f aber, oder die Täfelein K 1, K 2, K 3, seze man auf d b.

Nun ist die irregulaire Figur g f d e h = g f d e i.

Ferner der Triangel i d e = dem Triangel e a h.

Auch ist der Triangel i d g = dem Triangel e c b.

Also ist auch i g h e = a f d e m h b c.

Oder es ist das □ der Hypothenusa i g h e = □ g c b f + □ d b a e, welches aber eben die Quadrate der beiden übrigen Linien des rechtwinklichten Triangels i g d sind.

§. 216. a.

104te Aufgabe.

Die Seite des Sechseckes ist dem Radius des umschriebenen Zirkels gleich.

Es ist weiter nichts nöthig, als daß man die Seite des Sechseckes auf dem Radium trägt, so wird man finden, daß sie ihm gleich ist.

Ein regulair Sechseck in einem Zirkel wird beschrieben, wenn man den Radium sechsmal herumträgt.

Wenn man auf eine gegebene Linie ein Sechseck beschreiben soll, so darf man nur auf diese Linie einen gleichseitigen Triangel machen, so ist der Scheitel-Winkel der Mittelpunkt des Zirkels, der um das verlangte Sechseck beschrieben werden soll.

§. 216. b.

Wie der Beweiß mit den zerschnittenen Täfelein des mathematischen Sechseckes in Tab. IV. Fig. XXIX. zu machen.

Dieses gehet sehr leicht an. Die Hypothenusa jeder der sechs stumpfwinklichten Triangel des mathematischen Sechseckes, nemlich der Täfelein H 3, 4, 7, 9, 13, 18, ist gleich der Seite dieses Sechseckes und auch des Radius.

§. 217. a.

105te Aufgabe,

Beweiß, daß die Oberfläche eines gleichseitigen Triangels, die Hälfte von der Oberfläche eines Sechseckes ist.

Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 1.

Wenn man in einem Zirkel ein Dreieck zeichnet, und den Bogen jeder Sehne wieder in zwei Theile theilet, so erhält man ein Sechseck. Die drei Dreiecke, deren

deren stumpfe Winkel in dem Mittelpunkte zusammenstossen, formiren ein gleichseitiges Dreieck, und da noch drei dieser Dreiecke, deren stumpfe Winkel den Umkreis berühren, vorhanden sind, die zusammen einen gleichen gleichseitigen Triangel machen, so beweißt dieses, daß der Triangel die Hälfte vom Sechseck ist.

§. 217. b.

Wie der Beweis mit den zerschnittenen Täfelein des mathematischen Sechseckes in Tab. IV. Fig. XXIX. zu machen.

Man lege die Täfelein H 4, 5, 6. H. 7, 8, 9. H 13, 14, 15. so, wie sie wirklich auf der angezeigten Kupfertafel gezeichnet sind, so hat man einen gleichseitigen Triangel. Aus den übrigen Täfelein H 1, 2, 3. H 10, 11, 12. H 13, 14, 15, läßt sich ein Triangel zusammensezen, dessen Theile die Theile des ersten Triangels vollkommen decken. Da sie nach der Figur XXIX einzeln zusammengesezt ein Sechseck machen, so ist auf diese Art der Beweis sehr anschaulich zu machen.

§. 218.

106te Aufgabe.

Ein gleichseitiges Flächensechseck enthält drei Quadratflächen.

Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 2.

Der Beweis kann sogleich mit den zerschnittenen Täfelein der Fig. XXIX. gemacht werden. Man

lege dieselben wie Num. 2. gezeichnet ist, welches sich leicht thun läßt, da sie schon dazu geschnitten sind.

Da das Sechseck sich in drei Rhomboiden zerlegen läßt, nemlich in H 1, 2, 3, 4, 5, 6. H 7, 8, 9, 10, 11, 12. und H 13, 14, 15, 16, 17, 18. und in §. 210. gezeigt worden, daß Quadrate oder auch Parallelogramme von gleicher Grundfläche und Höhe einander gleich sind, so ist diese Aufgabe als eine Veränderung der Unterhaltung, oder als belustigender geometrischer Versuche anzusehen, dergleichen schon mehrere vorgekommen sind. Inzwischen dienen sie mit zur Uebung *)

§. 219.

*) Ich habe nach Art des hier befindlichen mathematischen Sechseckes, eine Menge dergleichen Belustigungen verfertiget, deren Zahl sich über funfzig gehäufet. Ich habe sie in meinem Kunstkabinet unter den Numern angezeiget: 144. 145. 146. 147. 148. 149. Die ersten vier Numern enthalten mathematische Sechsecke, Vierecke, Sterne und Vexierkreuze, Zacken und Winkelhacken. Jede dieser Belustigungen wird einzeln abgegeben, und kostet 4 Ggr. oder 18 Kr. Die vorlezte Numer enthält die nemlichen Belustigungen; aber statt daß die erstern blos einfärbig sind, sind diese so gemacht, daß ihre rechte Zusammensezung etwas vorstellt. Z. E. ein Hauß, einen Garten, einen Prospekt, Landschaft, oder sonst etwas, darnach es eingerichtet ist. Die lezte Numer enthält wieder eben diese Belustigungen, aber jede Seite stellet einen andern Gegenstand vor, wann es recht zusammen gesezt worden.

§. 219.

107te Aufgabe.

Ein gleichseitiges Flächendreieck enthält 1 ½ Quadratfläche.

Es ergiebt sich dieses zwar schon aus der Aufgabe des vorigen Paragraphs, da die zwei Triangel des Sechseckes drei Quadratflächen geben, also ein Triangel 1 ½ Quadratfläche enthalten muß. Inzwischen sind die Täfelein des daselbst gebrauchten mathematischen Sechseckes nicht auf die Art zerschnitten, daß man mit dem Triangel 1 ½ Quadrat zusammen se-

 zen

Dieses erschweret die Zusammensezung sehr, wann die Stücke untereinander geworfen werden; aber eben dieses macht die Belustigung unterhaltender. Wer nicht damit bekannt ist, hat oft einige Stunden zu thun, bis die rechte Zusammensezung getroffen wird. Jede Sorte von allen diesen Numern ist in einem eigenen Kästchen, auf welchem die Zeichnung der Zusammensezung befindlich. Das Stück von Nr. 148. kostet 6 Ggr. oder 27 Kr. und von Nr. 149. 8 Ggr. oder 36 Kr. Die Anzahl der Theile der Sorten ist verschieden, und im gedachten Kunstkabinet, daß bei mir mit 7 Kupf. für 8 Ggr. oder 36 Kr. zu haben ist, angezeigt.

Auf gleiche Art habe ich zu einer nüzlichen Belustigung für junge Leute auch mathematische Spiele ausgefertiget, sie bestehen entweder aus 25, 49 oder 72 Theilen, und stellen gewöhnlich eine Landschaft oder Prospekt vor; erstere kosten 8 Ggr. oder 36 Kr. die zweite

zen könne. Unter den mathematischen Belustigungen, die ich in der Note des vorigen Paragraphs angezeigt habe, befindet sich ein in zwölf rechtwinklichte Triangel zertheiltes Sechseck (Num. 144. Lit. X.), womit sich sowohl diese als die vorige Aufgabe sehr leicht beweisen lässet. Mit diesem auf diese Art zerschnittenen Sechseck lassen sich noch verschiedene artige Zusammensezungen machen, die man zur Erklärung der Berechnung und Theilung der Felder anwenden kann.

§. 220.

108te Aufgabe.

Ein Parallelogram zu verfertigen, welches man in zwei Triangel oder in ein Sechseck verwandeln, oder in einem gegebenen Zirkel hineinzeichnen kann.

Tab. IV. Fig. XXIX. Num. I. 2.

Es sey der gegebene Zirkel a b c d e f Num. I, der so in sechs stumpfe Triangel oder halbe Rauten gethei-

zweite Sorte 12 Ggr. oder 54 Kr. und die dritte 1 Thlr. oder 1 fl 48 Kr. Jede befindet sich in einem Kästchen mit einer gedruckten Nachricht, die die Regeln des Spiels enthält.

Zur Abwechslung sind ähnliche Kästchen mit auf dergleichen Art zerschnittenen Landcharten zu haben, die zu geographischen Uebungen dienen können. Die Anzahl der Theile und der Preise sind mit den vorigen einerlei.

getheilet wird, wie er hier gezeichnet ist. Man ziehe eine Linie a i Num. 2. lege die sechs halbe Rauten von Num. 1. so an, wie Num. 2. gezeichnet ist: so erhält man ein Parallelogram, das sich nach der 105ten Aufgabe in zwei Triangel oder in ein Sechseck verwandeln läßt, das den Zirkel Num. 1. füllet, nemlich mit allen seinen Ecken anstößet. — Es lassen sich hierzu ebenfalls die Täfelein des mathematischen Sechseckes gebrauchen.

Wenn man die Gedult einer Person probiren will, so gebe man ihr die untereinander geworfenen Stücke des mathematischen Sechseckes, und ersuche sie, solche so nebeneinander zu legen, daß sie ein Sechseck oder zwei gleichseitige Triangel vorstellen, oder ein Parallelogram daraus werde. Es wird dieses sehr langsam zugehen, besonders wenn diese Person einige von diesen kleinen Stücken umwendet, welches gewiß geschehen wird.

§ 121.

109te Aufgabe.

Sechs gleichseitige Triangel machen ein regulaires Sechseck.

Man bedient sich hierzu derjenigen Belustigung, die ich oben in der 107ten Aufgabe angezeigt habe, und die aus zwölf rechtwinklichten Triangeln bestehet, setzet sie immer zwei und zwei so zusammen, daß sie mit ihren Catheden aneinander stoßen, so erhält man sechs

gleichseitige Triangel, sezet man diese so zusammen, daß ihre Hypothenusen einander berühren, so entstehet daraus ein regulaires Sechseck.

§. 222.

110te Aufgabe.

Aus den mathematischen Viereck fünf Quadrate zu machen; oder aus fünf Quadraten ein Quadrat.

Tab. V. Fig. XXVI.

Dieses mathematische Viereck bestehet aus funfzehn Täfelein, die mit Num. 1 bis 15. bezeichnet sind. Sie bestehen aus zehn rechtwinklichten Triangeln und fünf länglichten Rautenvierungen. Eine solche Rautenvierung und zwei Triangel machen ein Quadrat, wie Num. 13. 14. und 15. zeiget. Sämtliche Täfelein geben fünf dieser Quadrate. — Man wirft die Täfelein untereinander, und sezet entweder fünf Quadrate davon zusammen, und übergiebt sie einer Person, daß sie ein Quadrat daraus machen soll; oder man sezt ein Quadrat davon zusammen, und läßt eine Person fünf Quadrate daraus machen, womit sie ziemlich lange zubringen wird, wann sie mit geometrischen Theilungen nicht bekannt ist.

Dieser mathematischen Vierecke werden verschiedene Arten gemacht; man hat sie von 10, 13, 15, 20 und 26 Theilen; sie gehören unter die geometrischen

Belu-

Belustigungen, die ich in der Note des 218ten §s. unter Num. 145. angezeigt habe, und sind bei mir um die daselbst beigesezte Preiße zu bekommen.

§. 223.

111te Aufgabe.

Aus dem mathematischen Viereck einen rechtwinklichten Triangel zu machen.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 26.

Man lege die Täfelein des mathematischen Viereckes, wie Num. 26. zeiget, (welches auch mit jedem andern der angezeigten Vierecke angehet,) so ist geschehen, was man verlangt.

§. 224.

112te Aufgabe.

Die Wechselquadrate; oder aus dreißig kleinen Quadraten zwei und dreißig zu machen; oder die geometrische Vermehrung des Goldes.

Tab. V. Fig. XXX. Erwiesen in Fig. XXII. Num. 1. 2.

Wenn man die vier Täfelein der XXXsten Fig. aneinander legt, so findet man, daß solche dreißig kleine Quadrate enthalten. Sezet man aber die zwei Triangel besonders, und die zwei Trapezien wieder besonders zusammen, wie Num. 1. und 2. zeiget, so kann

kann man zwölf Quadrate bei den ersten und zwanzig bei den leztern zählen, welches zusammen zwei und dreißig Quadrate machen wird.

§. 225.

113te Aufgabe.

Ein Quadrat zu finden, dessen Oberfläche der Differenz der Oberfläche zweier anderer gegebener Quadrate gleich ist.

Tab. III. Fig. XXVIII. Num. 3.

Es seyen die zwei gegebenen Quadrate a b c d und e f g h. Man theile die Seite a b des größern in zwei gleiche Theile, und beschreibe den Zirkelbogen a i b. Trage die Länge e f des kleinen gegebenen Quadrats von a in i, und ziehe die Linie i b. Da die beiden Quadrate o n a i und l m i b dem gegebenen Quadrate a b c d, und das Quadrat o n a i dem Quadrate e f g h gleich ist, so folget hieraus, daß die Oberfläche des Quadrats l m i b der Differenz der Oberfläche der beiden gegebenen Quadrate gleich sey.

§. 226.

114te Aufgabe.

Die Oberfläche eines in einem Zirkel eingeschlossenen Quadrats, macht die Hälfte der Oberfläche eines aussen um den Zirkel gezogenen Quadrats.

Tab. V. Fig. XXV. Num. I.

Die Oberfläche des Quadrats a b, welches in dem Zirkel c d e f eingeschlossen ist, macht die Hälfte von der Oberfläche des Quadrats g h i l, das um diesen Zirkel herumstehet, aus; folglich verhält sich die Oberfläche eines Quadrats, das in einem Zirkel eingeschlossen ist, zu der Oberfläche eben dieses Zirkels, wie 7 zu 11, folglich ist auch das Segment eines Zirkels, dessen Bogen 90 Grade beträgt, der eilfte Theil des um den Zirkel herumstehenden Quadrats.

Der Beweis unserer Aufgabe läßt sich leicht machen. Man theile das innere Quadrat durch Kreuzlinien von einem Winkel zum andern in vier Triangel, so enthält das äussere Quadrat gerade acht solche Triangel.

XII.

Verwandlung der Flächen.

§. 227.

Was darunter begriffen wird.

Die Verwandlung einer Fläche ist die Veränderung einer Fläche in eine andere, die zu dem Auflösen bequemer ist. Sehr weitläuftig handelt hievon Reyneau *) und Wolf **).

§. 228.

115te Aufgabe.

Einen Triangel in ein Parallelogram zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. I.

Man theile die Perpendikularhöhe b d in zwei gleiche Theile in e, und ziehe die Parallele f e g durch. Richte in a und c die Perpendikularlinien a f und c g auf, bis an die gezogene Linie f e g; so ist a f g c ein Parallelogram, das dem Triangel an Inhalt gleich ist.

§. 229.

*) In seiner Analyse demonstrée.

**) Er erkläret das nöthigste in seinen Elementis Analys. infinitor.

§. 229.

Oder auf nachstehende Art.

Man behält die ganze Höhe b d, nimmt aber nur die Hälfte a c von der Basin, richtet an ihren beiden Enden Perpendikularlinien auf, so hoch als b ist, ziehet sie mit einer Linie zusammen, so wird dieses Parallelogram dem Triangel ebenfalls gleich seyn.

§. 230.

116te Aufgabe.

Einen Rhombum oder Rhomboidem in ein Parallelogram zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 2.

Der gegebene Rhombus seye h i k l. Man richte auf beiden Enden der Grundlinie h und i die Normallinien h m und i n auf, die der Höhe des geschobenen Viereckes gleich sind, und hänge die Punkte m und n zusammen, so ist das Parallelogram h m n i gezeichnet, das der Rhomboide h i k l gleich ist.

§. 231.

117te Aufgabe.

Ein Parallelogram in ein Quadrat zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 3.

Das Rektangulum seye o p r s. Man hänge die beiden Seiten des Rektanguli o p und p r zusammen in eine Linie o q, und beschreibe darüber einen halben

Zirkel o t q; in p, wo die beiden Linien aneinander stossen, richte man die Normallinie p t auf, so hoch, daß sie den halben Zirkel bei t erreiche, so ist p t die Seite des verlangten Quadrats p t u v, dessen Inhalt mit dem Inhalt des Parallelograms einerlei ist.

So kann man auch die Triangel und geschobene Vierecke in Quadrate verwandeln, wenn man sie erst zu Parallelograms gemacht hat, nach der 115ten und 116ten Aufgabe.

§. 232.

118te Aufgabe.

Ein Quadrat in ein Parallelogram oder Rhomboidem zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 4.

Das gegebene Quadrat seye g h c e. Man verlängere die Basin des Quadrats in d, ingleichen die Perpendikularlinie g c in b. Trage auf die Linie c b die Höhe, die das Parallelogram oder Rhomboid erhalten soll; mit dieser Höhe, wird zugleich die Linie b i gezogen. Mit dieser Weite des Zirkels mache man von c in f einen Punkt, von diesem Punkt, mit der Weite bis an das obere Eck des Quadrats in g, beschreibe man einen halben Zirkel, wo dieser die Linie d c schneidet, ziehe man eine Perpendikularlinie gegen die Linie i b, so hat man das verlangte Parallelogram, das dem Quadrat an Inhalt gleich ist. Zum Rhomboid schneidet man den Winkel auf der Linie b i in k

ab,

ab, und sezet diesen Winkel von a in i; so hat man eine Rhomboidem, die dem Quadrat gleich ist.

§. 233.

119te Aufgabe.

Ein Quadrat zu machen, dessen Oberfläche der Oberfläche eines rechtwinklichten gegebenen Parallelograms gleich ist.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 16.

Diese Art unterscheidet sich von der die §. 231. angegeben worden. Es sey a b c d das gegebene Parallelogram. Man verlängere die kleinste Seite desselben a b bis in e, so daß die Linie a e der Linie a c gleich seye. Aus der Mitte dieser Linie f, als aus einem Zentro, beschreibe man den Zirkelbogen a g e, und verlängere die Seite d b, bis sie diesen Bogen in dem Punkte g berühret. Aus dem Punkte g ziehe man zu dem Punkte a die Linie a g, auf welche man sodann das Quadrat h i g a aufzeichnet, welches zufolge der 88sten Aufgabe, in der Oberfläche dem gegebenen Parallelogramme gleich seyn wird.

Man kann vermittelst dieser und der 115ten Aufgabe ein Quadrat machen, dessen Oberfläche der Oberfläche eines gegebenen Zirkels gleich ist, indem man nur zuerst aus dem Triangel ein Parallelogram, und aus diesem hernach ein Quadrat machen darf.

§. 234.

120ste Aufgabe.

Ein Trapezium in ein Parallelogram zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVII. Num. 5.

Das Trapezium sey g h i k. Man theile die beiden ungleichen und nicht parallelen Seiten g i und h k in zwei gleiche Theile, und ziehe durch die Theilungspunkte a und b auf g h die Perpendikularlinien c a d und e b f, verlängere, wo es nöthig, die Seite i k, bis sie an die Linien c d und e f stößet, so ist das Parallelogram c d f e dem Trapezio g h i k gleich, welches denn nach der 117ten Aufgabe leicht zu einem Quadrat zu machen.

§. 235.

121ste Aufgabe.

Aus einem Trapezoide einen Triangel zu machen, der demselben an Inhalt gleich ist.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 6.

Man zeichne aus einem von den beiden obern Ecken, z. B. aus k auf das gegenüberstehende h, eine Linie k h, und mit dieser aus dem andern obern Winkel i eine Parallele i l, welche die verlängerte Grundlinie g h in l durchschneide, endlich ziehe man die Linie k l, so entstehet der begehrte Triangel g k l, der dem Trapezio gleich ist, und den man hernach auch nach

der

der 115en und 117ten Aufgabe in ein Quadrat verwandeln kann.

§. 236.

122ste Aufgabe.

Ein jedes regulaires Vieleck in einem Triangel gleiches Inhalts zu bringen.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 7.

Das Vielek sey z. E. das Fünfeck m q n. Man verlängere die eine Seite des Vieleckes m n, und seze solche so oft auf dieser verlängerten Linie fort, als das Vieleck Seiten hat, als hier fünfmal in 1, 2, 3, 4, 5, auf die beiden Ende m und o, werden aus dem Zentro der Figur p die Linien p m und p o gezogen, so ist der Triangel m p o dem Fünfeck gleich, wie man verlangt hat, und läßt sich solches ebenfalls leicht auf oben angezeigte Art in ein Quadrat bringen.

§. 237.

123ste Aufgabe. a.

Aus einem jeden regulairen oder irregulairen Vieleck einen Triangel gleiches Inhalts zu machen.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 17.

Es sey das irregulaire Vieleck a b c d e, daß man in einen Triangel verwandeln will. Verlängere an beiden Seiten hinaus eine von seinen Seiten d e. Ziehe die Linien oder Diagonalen b d und b e, und mache durch die Punkte a und c die mit ihnen parallel

laufende Linien h f und i g, welche die verlängerte Linie f g in den Punkten f und g durchschneiden werden. Ziehe ferner aus dem Punkte b zu dem Punkt f hin die Linie b f, und aus dem Punkt b zu dem Punkt g die Linie b g, so werden solche mit der Linie f g den Triangel b f g formiren, der in der Oberfläche dem Vieleck a b c d e gleich sein wird, indem die Triangel a b f und a f d, die einerlei Basis und Höhe haben, gleich sind, und wenn man davon den Triangel a f l hinwegnimmt, der ihnen gemeinschaftlich ist, so wird der Triangel l f d dem Triangel a l b gleich seyn. Dieses wird auch statt finden in Ansehung des Triangels c m g, den man auch von den zwei gleichen Triangeln b c g und c e g abschneiden kann.

§. 238.

123ste Aufgabe. b.

Auf andere Art, aus jedem irregulairen Vieleck einen Triangel zu machen.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 18.

Die vieleckigte Figur bestehe z. E. hier aus dem irregulairen Fünfeck q r s t u. Man verlängere die Basin q r, und aus dem einen Ende derselben r schneide man mit der Linie r t den äussersten △ r s t weg, mit r t ziehe man die Parallellinie s v, welche die verlängerte Basin in v durchschneidet. Auf diesen Punkt v ziehe man aus t eine gerade Linie t v, so ist an statt des Triangels r s t ein anderer r t v hinzugekommen, der

eben so groß ist als der Abgeschnittene, und aus der fünfeckigten Figur ist nunmehr ein Viereck q v t u worden, davon läßt sich nun abermal ein △ v u t wegschneiden, und auf gleiche Art, vermittelst der Linie t w (die mit u v parallel ist) und u w einen andern von gleicher Größe, nemlich v u w hinzusezen, so verlieret die Figur wieder ein Eck, und wird demnach ein Dreieck q u w, welches mit dem Fünfeck einerlei Inhalt ist. Auf diese Art kann man aus allen vieleckigten Figuren Dreiecke machen, wenn man z. E. zuerst aus einem Siebeneck ein Sechseck, dann ein Fünfeck, ferner ein Viereck und endlich einen Triangel machet, u. s. w. es mag diese Figur Seiten haben so viel sie will.

§. 239.

124ste Aufgabe. a.

Einen Zirkel in einen Triangel zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 8.

Der gegebene Zirkel sey a d c e. Man ziehe den Diameter a c, theile denselben, und mit ihm den Zirkelkreis durch die Perpendikularlinie d e durch b in zwei gleiche Theile; diese Perpendikularlinie theile man in vier gleiche Theile, und ziehe an den Punkt d, wo sie an einer Seite den Zirkel durchschneidet, eine mit dem Diameter gleichlaufende Linie oder die Tangentenlinie f g, gebe dieser Linie von d bis f drei Theile, und von d bis g ebenfalls drei Theile, ziehe von den dadurch erhaltenen Punkten f und g Linien nach e, jede

dieser Linien wird fünf Theile lang seyn, das Ganze aber ist ein Triangel f g e, der gleiches Inhalts mit dem Zirkel ist.

§. 240.

124ste Aufgabe. b.

Dieses auf eine andere Art.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 19.

Es sey a b c d der gegebene Zirkel. Man ziehe die Tangentenlinie b e in unbestimmter Länge, und den Diamater a b. Theile diesen Diameter in sieben gleiche Theile, und trage zwei und zwanzig von diesen Theilen von b bis in e. Mache aus dem Zentro g die Linie g c, so wird dieser rechtwinklichte Triangel g b e in der Oberfläche dem gegebenen Zirkel c d gleich seyn. Man kann dieses leicht einsehen, wenn man sich erinnert, daß der Diamer des Zirkels sich zu der Peripherie desselben wie 7 zu 22 verhält, und daß die Linie b e dieser Peripherie gleich gemacht worden. Man stellet sich hier den Zirkel und den Triangel vor, als ob sie aus unendlich vielen kleinen Triangeln bestünden, die alle einerlei Basis und einerlei Höhe haben. Man kann auch diesen Zirkel in ein Quadrat verwandeln, wenn man den oben gedachten Triangel nach der 115ten Aufgabe in ein Parallelogram verwandelt, woraus man hernach wieder nach der 117ten Aufgabe ein Quadrat machet. Diese Verwandlung wird zeigen, daß ein Quadrat, dessen Oberfläche der Oberfläche eines Zirkels gleich ist, sich zu dem Quadrate,

drate, das auf dem Diameter dieses Zirkels gemacht worden, verhalte wie 11 zu 24.

§. 241.

125ste Aufgabe.

Einen halben Zirkel in einen ganzen zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 10.

Man zeichne in dem halben Zirkel c d b, den Semidiameter a d perpendikular, und fasse die Weite d b. Diese ist der Diameter des Zirkels a d e b, die dem halben gleich ist, den man sodann auch zu einem Quadrat, nach der schon gegebenen Anweisung, machen kann.

§. 242.

126ste Aufgabe.

Den Abschnitt eines Zirkels in einen Triangel zu bringen.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 12.

Der gegebene Abschnitt sey a b c. Man theile die Sagitte c f in zwei gleiche Theile in d, ein solches Theil trage man über sich von c in e, ziehe die Linien a e und b e, so ist der △ a e b fertig, der dem Abschnitt beinahe gleich seyn wird.

§. 243.

127ste Aufgabe.

Ein Oval in einen Zirkel zu verwandeln.

Tab. III. Fig. XX. Num. 2.

Die gegebene Ovalfigur ist allhier a i b k, um sie in einen Zirkel zu verwandeln, kann man also verfahren: Man sezet die beiden Durchmesser a b und i k winkelrecht aneinander, ziehet die Hypothenusa, theilet diese in zwei Theile, so ist einer dieser Theile der Durchmesser des Zirkels g h, dessen Inhalt dem Inhalt des Ovals gleich seyn wird.

§. 244.

128ste Aufgabe.

Ein Quadrat in einen Rhombum zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 11.

Das Quadrat seye e b c f. Man verlängere die Grundlinie e f nach a. Schneide von f nach e den gegebenen Winkel des Rhombus ab, hier z. B. in d. Die Länge f d trage man auf die verlängerte Grundlinie von e bis a, ziehe die Linien a b, d c, so ist a b c d der verlangte Rhombus.

§. 245.

§. 245.

129ste Aufgabe.

Einen Triangel in einen Rhomboidem zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 14.

Man theile die Grundlinie a b des Triangels a b c in in zwei gleiche Theile a d, d b. Ziehe aus d die Linie d f parallel mit der Linie a c, desgleichen aus b die Linie b g. Ziehe mit der Grundlinie a b des Triangels eine Parallellinie c f g, die der Höhe c des Triangels gleich ist; so ist d f g b das verlangte Rhomboid; weil d c b = c e f, und f e g b = a c e d ist.

§. 246.

130ste Aufgabe.

Ein Parallelogram zu machen, dessen Oberfläche der Oberfläche eines gegebenen Triangels gleich ist.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 15.

Es sey der Triangel a b c, den man in ein Parallelogram verwandeln will. Man ziehe zuerst die Linie a d parallel mit der Basis des Triangels c b, theile eben diese Basis in zwei gleiche Theile bei dem Punkte f; mache sodann die Linie f e parallel mit a c, so wird das Parallelogram a e c f eben diese Oberfläche haben, als der gegebene Triangel a b c. Man kann diese Figur sowohl, als einige der vorhergehen-

den, mit Kartenpapier oder Pappdeckel nachmachen, indem die beiden Triangel g f b und g e a gleich sind.

Wer es verlangt, kann eine sechste Tafel zur mechanischen Geometrie haben, die mit den übrigen fünf Tafeln von gleicher Größe ist, worinn diese und verschiedene andere dergleichen zerschnittene Figuren gelegt sind, die sich wie auf den übrigen Tafeln herausnehmen, und nach den hierin gegebenen Beweisen verschieden zusammensezen lassen. Diese Tafel kostet 16 Ggr. oder 1 fl. 12 kr.

§. 247.

131ste Aufgabe.

Ein Quadrat in ein rechtwinklichtes Parallelogram zu verwandeln, dessen größte Seiten bestimmt sind.

Tab. V. Fig. XXV. Num. 1.

Es sey a b c d das gegebene Quadrat. Man verlängere die eine seiner Seiten a c bis in e, so daß c e der Linie a c gleich sey. Ziehe durch die Punkte d und e die Linie d h in unbestimmter Länge. Fälle zu äuserst an dieser Linie bei d die Perpendikularlinie f d herab, die der Linie d e gleich seyn muß. Ziehe die Linien f g und c g parallel mit den Linien d e und d f. Nehme hierauf mit dem Zirkel die gegebene Länge zu der Seite des Parallelograms, und trage sie von dem Punkt f bis in i, wo sie die Linie d h berühret. Mache aus dem Punkte g die Linie g l parallel mit f i,

und verlängere sie gegen l zu; fälle auf dieser leztern Linie, und zwar aus den Punkten f und i, die beiden Perpendikularen f n und i m herab. Wenn dies alles geschehen, so wird das Parallelogram f i n m dem gegebenen Quadrate a b c d gleich seyn, welches nach den schon bisher angeführten Grundsäzen leicht zu begreifen seyn wird, indem das rechtwinklichte Parallelogram f i n m dem Parallelogram f g i l gleich ist, wegen der beiden gleichen Winkel i l m und f g n, sowohl als dem Parallelogram d o f g, dessen Oberfläche der Oberfläche des gegebenen Quadrats gleich ist.

§. 248.

132ste Aufgabe.

Ein Quadrat in einen Triangel zu verwandeln, an welchem die Länge einer seiner Seiten gegeben oder bestimmet ist.

Tab. V. Fig. XXV. Num. 2.

Es sey a b c d das gegebene Quadrat. Man verlängere die Seite a c desselben bis in e, so daß a c = c e. Man ziehe durch die Punkte d und e die Linie d h unbestimmt. Mache auf der Linie d e das Quadrat d e f g. Nehme hierauf mit dem Zirkel die Länge der Seite des Triangels, die bestimmt worden, und trage sie von f bis in h; ziehe die Linie g h, so wird man alsdann den Triangel h f g erhalten, die in der Oberfläche dem gegebenen Quadrate und dessen Seite f h der gleichfalls gegebenen Länge

gleich

gleich seyn wird. Es ist solches hieraus leicht zu begreifen, weil dieser Triangel nach der 99sten Aufgabe die Hälfte des Quadrats d e f g ist, welches selbst nach der 88sten Aufgabe doppelt so groß ist, als das gegebene Quadrat a b c d.

§. 249.

Anmerkung.

Die und die vorhergehenden Aufgaben sind der Grund von dem Feldmessen, und können zu sehr vielen andern Operationen gebraucht werden, die viel zu deutlich sind; als daß ich sie hier zu erklären nöthig hätte.

§. 250.

133ste Aufgabe.

Ein Polygon in einen Triangel zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 7.

Ein regulaires Polygon kann leicht in einen Triangel verwandelt werden, wenn man aus dem Zentro p auf alle Winkel Radios ziehet, so bekommt man so viel gleiche Triangel, als die Figur Seiten hat. Man nehme deswegen die Basis solcher Triangel zusammen, oder trage eine Seite von dem Polygon so oft auf eine gerade Linie, als das Polygon Winkel hat, lasse diese miteinander für die Basis gelten, und behalte die Höhe bis zum Mittelpunkt für den Kathedum, so ist dieser Triangel dem Polygon gleich. Hier ist das Polygon m n q ein Fünfeck, p der Mittelpunkt und m p o m der Triangel.

§. 251.

134ste Aufgabe.

Einen Zirkel in einen Triangel zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 19.

Der gegebene Zirkel sey a b c d. Man ziehe den Durchmesser a b, und theile ihn in sieben gleiche Theile, ziehe die Basis d e für den Triangel, und trage auf diese Linie 22 Theile des Durchmessers. Ziehe aus dem Zentro f bis an das Ende dieser Theile die Hypothenuse f e, so ist f b e der verlangte Triangel.

Der Zirkel ist daher gleich einem Triangel, dessen Höhe so groß als der Radius, dessen Grundlinie aber so groß als die Peripherie ist.

Wenn man in einem Zirkel eiu regulaires Vieleck von unendlichen Seiten beschreibet: so werden endlich alle Seiten des Vielecks in die Peripherie fallen und sie decken: folglich würde der Perimeter des Vielecks gleich seyn der Peripherie des Zirkels. Da nun der Perimeter des Vielecks, oder welches hier einerlei ist, die Peripherie der Grundlinie; der Radius aber die Höhe zu einem Triangel abgiebt, der so groß ist, als kleine Triangel des Vielecks zusammen genommen; der Zirkel aber aus allen diesen Triangeln bestehet; so muß auch der Zirkel so groß seyn als ein Triangel, dessen Grundlinie die Peripherie, dessen Höhe aber der Radius eines Zirkels ist.

§. 252.

§. 252.

135ste Aufgabe.

Die Oberfläche eines gegebenen Quadrats in eine flache Figur, die durch zwei zirkelrunde Linien eingeschlossen ist, zu bringen.

Tab. IV. Fig. XVI. Num. 3.

Es sey a b c d das gegebene Quadrat. Man ziehe die Diagonallinie b c, und aus dem Punkte c, als aus dem Zentro, und mit der Oefnung des Zirkels c b beschreibe den Zirkel e b f g. Verlängere die Diagonallinie b c bis in g, und die beiden Seiten a b und b d des gegebenen Quadrats bis in e und f. Sodann beschreibe man aus dem Punkte d, als aus dem Zentro, den Halbzirkel b h f, und ziehe aus den Punkten b und f den Durchmesser b f.

§. 253.

Beweis.

Da die Oberfläche des Halbzirkels e b f zu ihrem Diameter die Hypothenuse des rechtwinklichten Triangels e b f hat, so ist sie doppelt so groß als der Halbzirkel b h f, der nach oben beschriebener Angabe zu seinem Diameter die Seite b f eben dieses Triangels hat; folglich ist auch der vierte Theil des Zirkels c b f dem Halbzirkel b h f gleich. Hieraus ist also offenbar, wenn man von diesem vierten Theil des Zirkels c b f und von dem Halbzirkel b h f das Segment des Zirkels b f i, welches ihnen gemeinschaftlich ist, hinwegnimmt, so wird der Triangel c b f, oder, welches einerlei ist,

das

das Quadrat a b c d in der Oberfläche gleich seyn dem halben Monde b i f g, der durch die zwei Bogen b i f und b h f eingeschlossen ist.

Diese Eigenschaft der Mondstücke oder Lunuln, von denen sich noch mehr sagen ließe, ist am ersten von dem Geometer Hypokrates (aus der Insel Chio gebürtig) bemerkt worden, deswegen man sie auch die Hypokratischen Lunuln nennt. Dieser Gelehrte suchte vermuthlich schon dazumal die Quadratur des Zirkels, da er auf seine Lunuln verfiel, die ihn aber nicht zu seinem Zwecke führten.

§. 254.

136ste Aufgabe.

Einen Triangel in ein Quadrat zu verwandeln.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 13.

Man halbire die Grundlinie c b des gegebenen Triangels a b c in d; fälle von c b aus b den Perpendikel b f, mache b f so lang wie b d. Ziehe mit der Grundlinie b c die Parallele a e; verlängere den Perpendikel b f oberwärts bis an die Parallele a e in e, so stehet b e auch auf c b senkrecht; halbire e f in g, und schlage aus g mit g e oder g f den halben Zirkel e h f; verlängere c b bis an die Zirkumferenz dieses halben Zirkels nach h; mache b i so lang wie b h; errichte in h den Perpendikel h k, mache h k so lang wie b i, und schließe leztlich das verlangte regulaire Quadrat b h k i durch die gerade Linie i k.

§. 255.

137ste Aufgabe. a.

Aus einem Zirkel ein Quadrat zu machen.

Tab. V. Fig. XXVI. Num. 9.

Man zeichne in dem gegebenen Zirkel die Kreuzdurchmesser a c und d e, und hänge d und c mit einer Linie zusammen, diese theilet man in vier gleiche Theile ein, in 1, 2, 3, c. Man nehme die Weite e 1, und zeichne damit das Quadrat e f g h; dieses wird dem Zirkel an Inhalt beinahe gleich seyn.

§. 256. a.

137ste Aufgabe. b.

Eine andere Art.

Tab. II. Fig. VIII. Num. 1.

Man theile den Durchmesser des Zirkels a b in vierzehn gleiche Theile. Verlängere die Linie des Durchmessers gegen c, und nehme eilf Theile des Durchmessers und trage sie von dem Mittelpunkt des Zirkels d auf die beschriebene Linie bis e, richte daselbst eine Perpendikularlinie auf, und beschreibe aus e einen halben Zirkel von d bis c; wo dieser die Perpendikularlinie durchschneidet, nemlich in f, giebt er die Höhe einer Seite des Quadrats e f, so dem gegebenen Zirkel an Inhalt gleich ist, wann es darnach gezeichnet wird, wie hier f e c g.

§. 256. b.

137ste Aufgabe. c.

Eine Veränderung dieser Aufgabe und andere Erklärung der angezeigten Figur.

Man theile den Durchmesser des Zirkels a b in 7 gleiche Theile, und mache ihn noch einmal so lang, als er ist, und seze noch ein solches siebentes Theil zu, so erhält man die Länge der Linie a c. Man theile a b in zwei gleiche Theile in d, und die Linie d c auch in zwei gleiche Theile in e, ziehe aus dem Mittelpunkt e von d zu c einen Bogen; führe aus e eine Perpendikularlinie in die Höhe, die den Bogen in f berührt. Diese hierdurch erhaltene Linie e f ist eine Seite des verlangten Vierecks, nach welcher ein Quadrat nach der schon gegebenen Anweisung gezeichnet wird.

§. 257.

137ste Aufgabe. d.

Noch eine andere Art.

Man verwandle den Zirkel in einen Triangel, den Triangel in ein Oblongum, und dieses in ein Quadrat, nach den schon oben gezeigten Anweisungen.

§. 258.

137ste Aufgabe. e.

Eine mechanische Art, ein Quadrat aus einer Zirkelfläche zu machen.

Man ziehe in dem vorgegebenen Zirkel die zwei Kreuzdurchmesser, und verlängere sie über den Zirkel hin-

hinaus. Theile den halben Durchmesser in vier gleiche Theile, und trage aussen von dem Zirkelkreis an auf jede verlängerte Linie des Kreuzdurchmessers, einen dieser Theile in c, d, e und f. Ziehe diese Punkte zusammen, so geben die erhaltenen Linien c d, d e, e f und f c ein Quadrat c d e f, das dem vorgegebenen Zirkel an Inhalt gleich seyn wird.

§. 259.

138ste Aufgabe.

Aus einem gegebenen Quadrat, Parallelogram oder Triangel einen Zirkel gleiches Inhalts zu machen, und wieder umgekehrt.

Fig. 93.

Man kann sich hierbei des Hrn. Galgemeyers *) Angabe bedienen, in welcher er zeiget, wie ein Zirkel in ein Quadrat zu verwandeln. Nemlich: der gegebene Zirkel sey a b c d. Den Diameter theile man in 14 Theile, richte bei den dritten Theil eine Perpendikularlinie auf e f, so bleiben eilf Theile übrig. Ziehe von f nach c eine Linie, so giebt diese die Seite eines Quadrats, das dem Zirkel an Inhalt gleich seyn wird.

Dieses kann man auch also umwenden, wenn zum Exempel die Linie f c die Seite eines gegebenen Quadrats wäre, daraus man einen Zirkel von gleichem Inhalt machen sollte, so merke man sich den Winkel

f c e

*) Dessen Proportionalzirkel und andere Schriften bald nach dem Anfang des vorigen Sekuli herauskamen.

f c e, oder auch e f c, er entstehet, wenn man aus einem Zirkel ein Quadrat macht, und ist in allen Zirkeln und Quadraten, wenn sie verwandelt werden, einerlei, sie mögen groß oder klein seyn. Wenn man ihn daher nicht schon im voraus aufgezeichnet hat, wie bei h, so macht man einen Zirkel auf diese Art zum Quadrat, und findet ihn auf diese Art. Man theilet dann die gegebene Seite f c in zwei gleiche Theile, reiset aus dem Mittelpunkt einen halben Zirkel darüber f e c, trägt auf den Durchmesser, nemlich die gegebene Seite f c, an dem einen Ende, z. E. bei c, den aufgezeichneten oder gefundenen Winkel h oder g, ziehet also die Linie e c, und verlängert solche etwas über den Umkreis hinaus, daß solcher durchschnitten wird; theilet sodann die Linie e c, nemlich so weit sie bis an den Umkreis lang ist, in eilf Theile, trägt noch drei solche Theile von e gegen a, so hat man die Linie a c von vierzehn Theilen, die der Durchmesser zu dem Zirkel a b c d ist, dessen Inhalt dem Inhalt des Quadrats gleich ist.

Ist aber ein Triangel oder Parallelogram gegeben, so muß ein solches erst zu einem Quadrat, und dieses dann zu einem Zirkel gemacht werden.

Galgemayer selbst macht es also: Er nimmt nach Gefallen einen Zirkel und macht daraus ein Quadrat; dann schließt er also: Des gefundenen Quadrats Seite giebt den Durchmesser meines selbst gewählten Zirkels, was giebt die Seite von dem gegebenen Quadrat? es kommt heraus der Durchmesser eines Zir-

kels, der dem gegebenen Quadrate an Inhalt gleich seyn wird.

§. 260.

139ste Aufgabe.

Auf eine andere Art, ein Quadrat mechanisch in einen Zirkel zu verwandeln.

Fig. 94.

Man theile die Diagonallinie t v in zehn gleiche Theile, schneide unten und oben einen Theil ab, und ziehe aus dem Mittelpunkt w mit der Oefnung w t und w v, (weniger einen Theil von beiden Seiten, der weggelassen wird,) einen Zirkel, der von gleichem Inhalt mit dem gegebenen Quadrat ist.

§. 261.

140ste Aufgabe.

Einen Zirkel a b c d aus dem Grunde der Proportion von 7 zu 22 in ein rechtwinklichtes Parallelogram a e h g, von der Höhe des halben Durchmessers a e zu verwandeln.

Fig. 95.

Man ziehe in dem gegebenen Zirkel a b c d den Durchmesser a c; theile ihn in sieben gleiche Thelle; ziehe an dem Berührungspunkt a winkelrecht die Tangente a g; fasse a c, trage diese Distanz auf a g aus a nach f; fasse ferner vier von den auf a c befindlichen Theilen, und trage sie auf a g aus f nach g, so wird a g eilf Siebentheile von a c lang seyn; ziehe mit a g aus dem Zentro e des Zirkels a b c d die Parallele e h;

mache

mache e h so lang wie a g, und ziehe g h, so ist das rechtwinklichte Parallelogram a e h g an Quadratinhalt gleich dem gegebenen Zirkel a b c d.

§. 262.

141ste Aufgabe.

Einen Zirkel a b c d aus dem Grunde der Proportion von 7 zu 22, in ein rechtwinklichtes Parallelogram a c k i, von der Höhe des Durchmesser a c zu verwandeln.

Fig. 95.

Man zeichne, wie vorhin, in dem gegebenen Zirkel a b c d den Durchmesser a c, und theile ihn in sieben gleiche Theile; ziehe auch an dem Berührungspunkt a winkelrecht die Tangente a g; fasse fünf und einen halben Theil von den auf a c befindlichen sieben Theilen; und trage sie auf die Tangente a g aus a nach i; errichte in i den Perpendikel i k; mache i k so lange wie a c, und ziehe c k, so ist das rechtwinklichte Parallelogram a c k i, an Flächeninhalt gleich dem gegebenen Zirkel a b c d.

§. 263.

Etwas von der Quadratur des Zirkels.

Diese eben angezeigten Aufgaben wären zugleich der Umkreiß zu dem Durchmesser, woraus sich bei der Lehre der Körper (die ich in dem zweiten Theil der magischen Belustigungen beschreiben werde,) zeigen läßt, wie ein Kegel von beliebiger Höhe zu machen u. a. m.

Ich glaube aber, daß es hier nicht unschicklich seyn wird, jungen Leuten etwas von der berühmten Quadratur des Zirkels zu sagen.

Die Aufgabe ist eigentlich folgende: Es wird ein Quadrat oder überhaupt eine geradlinigte Figur verlangt, deren Fläche der Fläche eines gegebenen Kreises gleich sey, und solche Gleichheit muß aufs strengste bewiesen werden können.

Mit dieser Aufgabe haben sich verschiedene Männer beschäftiget, seitdem es Geometer in der Welt giebt, das heißt, seit dritthalb tausend Jahren. Bisher ist aber die genaue Auflösung noch keinem gelungen, und die geschicktesten Mathematiker haben gar aufgehöret, sich damit abzugeben, um nicht eine Zeit dabei zu verlieren, welche nüzlicher angewendet werden kann.

Denn zum Gebrauch in wirklichen Fällen hat man Näherungen in Zahlen, die mehr als zureichend sind. Will man dennoch ein Quadrat haben, welches einem Kreise gleich sey, so darf man nur den Kreis berechnen (welches man in der Folge findet,) und aus der gefundenen Fläche die Quadratwurzel ziehen, so giebt diese Wurzel die Grundlinie des verlangten Quadrats.

Da die geschicktesten Geometer die Lehrsäze noch nicht entdecken können, nach welchen der Aufgabe ein Genüge geschehen können, so ist es lächerlich, wenn Leute, die kaum die ersten Gründe der Geometrie besizen, sich mit der Quadratur des Zirkels abgeben wollen. Was sie dazu reizet, ist oft die Meinung, worinn

sie

ſie ſtehen, daß auf dieſe Entdeckung groſe Preiſe ausgeſezt ſind. Es iſt mir aber gar kein ſolcher Preis bekannt, und der Entdecker můßte ſich bloß mit dem Ruhme begnůgen, den ihm ſeine Erfindung zu Wege bringen wůrde.

An die Liebhaber und Kåufer dieſer mechaniſchen Geometrie.

Die Erklårung des Gebrauchs meiner mechaniſchen Geometrie iſt mir unter der Feder ſtårker angewachſen, als ich anfangs geglaubt habe. Da nun dieſe Geometrie zugleich einen Theil der nůzlichen Verſuche des erſten Theils der magiſchen Beluſtigungen ausmacht, ſo habe ich, um auch andern Materien, nach dem Titel des Werks, Plaz zu machen, hier abbrechen můßen. Nach dem entworfenen Inhalt fehlt nun noch die Berechnung der geometriſchen Flåchen und ihre Theilung. Dieſes werde ich in einem Nachtrag oder zweiten Båndchen liefern. Hierauf folgt ſodann die Anweiſung, die gelernten Regeln auf dem Feld anzuwenden, und eine deutliche Beſchreibung von den nöthigen Meßinſtrumenten, wie ſie ſich jeder Liebhaber entweder ſelbſt verfertigen, oder wenn er dieſes nicht will, ſie doch fůr geringe Koſten anſchaffen kann. Dieſem wird ein leichter und faßlicher Unterricht in der Stereometrie

trie folgen, der auch denjenigen, die von der Geometrie sich keinen Begriff machen wollen, in Ansehung der Anweisung zu verschiedenen Arbeiten, die in der Stereometrie ihren Ursprung haben, angenehm seyn wird. — Ich finde hier nur noch nöthig, eine Erläuterung zu geben, wie die geometrischen Lehrtafeln, so auf Tab. VI. vorgestellet sind, das geometrische Kästchen, so Stückweise auf Tab. VII. gezeichnet ist, und die mathematisch-geometrischen Belustigungen, welche Tab. IX. enthält, zu gebrauchen sind.

Die geometrischen Lehrtafeln.

Tab. VI.

Die leichte Art, womit jungen Leuten der theoretische Theil der Geometrie, mittelst der bisher beschriebenen fünf mechanisch-eingerichteten Tafeln faßlich gemacht werden konnte, fand so vielen Beifall, daß ich öfters aufgemuntert wurde, eine für Schulen zum Nachsehen, und für weniger bemittelte Personen leichter anzuschaffende, ähnlich eingerichtete Geometrie zu veranstalten. Diesem Wunsch zu entsprechen, habe ich die geometrischen Lehrtafeln gewählt. Es sind dieses achtzehn kleine Tafeln von dünner, aber steifer Pappe, die sich in einem Futteral befinden. Auf diese Tafeln sind die Kupferstiche, die in den fünf Tafeln der großen mechanischen Geometrie eingelassen sind, aufgetragen. Der Umkreiß jedes dieser Kupferstiche bezeichnet die Figur

des

des Täfeleins, das denselben auf den fünf großen Tafeln deckt, oder in dieselben eingelegt ist, und herausgenommen werden kann. Es mangelt also diesen kleinern Tafeln nichts von den großen Tafeln, als daß die daselbst befindliche zerschnittene Täfelein hier nicht besonders vorgelegt werden können. Dieses läßt sich aber leicht dadurch ersezen, wenn der Lehrer dergleichen vorkommende Figuren seine Schüler besonders auf Kartenpapier zeichnen und gehörig zerschneiden läßet. Dann ist dieses Buch eben so gut zur Erklärung dieser kleinen Tafeln, als es solches für die großen Tafeln ist. Man läßt nur bei jeden Saz das Tab. I. II. III. IV. oder V. hinweg, und richtet sich blos nach der angezeigten Numer der mit römischen Zahlen bezeichneten Figur. Z. B. in der Lehre von Verwandlung der Flächen wollte man die §. 251. stehende 134ste Aufgabe: **Einen Zirkel in einen Triangel zu verwandeln**, aufsuchen; so stehet im Buch dabei Tab. V. Dieses läßt man hinweg, und hält sich blos an das nachstehende, nemlich Fig. XXVI. diese sucht man auf den Tafeln, und wenn man solche hat, auch auf derselben die angezeigte Num. 19., so hat man die verlangte Figur gefunden. Stehet aber bey dem gegebenen Saz keine Numeranzeige, so bedeutet es den Umriß des bezeichneten Kupfers; z. B. §. 109. 46ste Aufgabe, stehet die Anweisung: **wie ein Trapezium oder Trapezoides zu zeichnen**, und dabei Tab. II. Fig. IX; ersteres fällt hier weg, und lezteres ist der Umriß der auf diesen Tafeln so bezeichneten und angezeigten Figur,

nemlich Fig. IX. Das Trapezium; so wie es auf Tab. VIII. in seiner natürlichen Größe nebst noch zwei andern dergleichen Figuren vorgestellet ist.

Wenn ein Lehrer viele Schüler hat, so daß sie nicht alle Nuzen von dem Gebrauch der größern geometrischen Tafeln haben können, die der Lehrer vor sich liegend haben muß; so wird es gut seyn, wenn einige entfernt sizende Schüler diese Lehrtafeln haben, die einige Nebensizende mitbenuzen können, besonders wenn der Lehrer eine Figur erklärt, die die Schüler in ihre Bücher nachzuzeichnen haben.

Diese achtzehn Tafeln von Octavgröße in Futeral, kosten bei mir, wenn sie illuminirt verlangt werden, 1 Thlr. 12 Ggr. oder 2 fl. 42 kr. unilluminirt aber nur 1 Thlr. oder 1 fl. 48 kr.

Das geometrische Kästchen.

Tab. VII.

Die Absicht der Entstehung dieses geometrischen Kästchens war die der geometrischen Lehrtafeln: Wohlfeile des Preises und doch gleicher Nuzen mit den fünf größern Tafeln der mechanischen Geometrie. In einem Kästchen, das groß Octavgröße hat, befinden sich die 31 Täfelein, die auf Tab. VII. vorgestellet sind, jedoch alle von der Größe, wie sie in den großen geometrischen Tafeln eingelegt sind. Auf der einen Seite befin-

befinden sich die Kupferaufzüge, wie sie die großen Tafeln enthalten, und auf der andern Seite die Nummern mit römischen Zalen, und der Namen der Figur, die das Täfelein selbst vorstellet. Ein Muster in natürlicher Größe ist auf Tab. VIII. Fig. IX. vorgestellet, woraus zu sehen, wie ein dergleichen Täfelein aussiehet. Die Rande eines jeden dieser Täfelein sind roth lakirt, welches sie vor dem Zerschleissen bewahrt, da sie von glatter und fester Pappe sind, die den Vortheil des wenigern Zerbrechens vor dünnen Holztäfelein hat.

Der Gebrauch dieser Täfelein zur Lehre der ganzen Geometrie ist zugleich dieses Buch, auf die Art, wie ich ihn bei den vorhin beschriebenen geometrischen Lehrtafeln angegeben habe.

Ein solches Kästchen kostet mit illuminirten Aufzügen: 1 Thlr. 12 Ggr. oder 2 fl. 42 kr. Nicht illuminirt aber 1 Thlr. oder 1 fl. 48 kr.

Mathe-

Mathematisch=Geometrische Belustigungen.

Tab. IX.

Die Absicht der Entstehung dieser Belustigungen ist die der vorigen zwei Stücke, nemlich Wohlfeile des Preises. Nur haben diese Tafeln den Vorzug vor jenen, daß sie auf gewisse Art zerschnitten sind, um mit ihnen verschiedene Zusammensezungen machen zu können; auf diesen Theilen aber befinden sich die Zeichnungen der Kupferstiche, die in den fünf großen Tafeln eingelassen sind. Der Gebrauch dieser Kupferfiguren zur Lehre der ganzen Geometrie ist zugleich dieses Buch. Ich habe also nur noch etwas von der verschiedenen Zusammensezung dieser Tafeln selbst zu sagen.

Sämtliche Stücke, deren 42 an der Zahl sind, sind von glatter, fester und dicker Pappe, damit sie nicht so leicht zerbrechlich sind, und am Rande des Zerspaltens wegen lakirt. Sie haben daher einen Vorzug vor ähnlichen Tafeln, die schon ohne die Kupferaufzüge selbst von dünnen Holzspänen gemacht sind, und von Spielwarenmachern in die Läden der Spielwarenhändler zum Verkauf geliefert werden, von leztern aber, da sie selbst nicht den geringsten Begriff von dem eigentlichen Nuzen und Gebrauch dergleichen Sachen haben, für gute Künstlerarbeit angerühmt werden. Diejenigen, die dergleichen Kästchen, die wahre Spielware sind, nach der Ueberredung des Verkäufers, als

nüz=

nüzliche Waaren kaufen, finden erst nachher, wann sie einen Lehrer solches sehen lassen, daß sie ihr Geld für nichts ausgegeben haben, und daß es nichts mehr und nichts weniger als eine artige Belustigung ist, die wenigstens einige Unterhaltung gewährt, wenn sie auch zur eigentlichen Absicht unnüz ist.

Der Gebrauch dieser Tafeln (außer dem Unterricht, den die darauf befindlichen Zeichnungen in der Geometrie geben) als Belustigung, ist in der Zusammensezung der Theile zu suchen, die immer auf ein gewisses Ganzes sich bezieht, das entweder Quadrat oder Triangel ist. Die sämmtlichen Stücke selbst bestehen aus:

1. Zwanzig rechtwinklichten gleichen Triangeln. Fig. D.
2. Fünf gleichen Trapezien und fünf gleichen rechtwinklichten Triangeln. Fig. A.
3. Zwölf Stücken, die aus zwei gleichen Oblongen, zwei gleichen Quadraten und acht rechtwinklichten Triangeln bestehen. Fig. B. C.

Der Gebrauch dieser Stücke zur Unterhaltung ist dieser:

1ste Aufgabe.

Aus den zwölf Thelien der Fig. B. und C. ein gleiches Quadrat zu machen.

Man lege die Theile, so wie sie Fig. E. vorgestellet sind, so ist das Verlangte geschehen. Der Vortheil bestehet darinnen, daß die Diagonalen der beiden

den kleinen Quadrate B und C zu den Seiten dieses Quadrats gemacht werden. Es beweiset wenigstens Anfängern, daß ein Quadrat, das noch einmal so groß seyn soll, als ein gegebenes, auf der Diagonale des gegebenen errichtet werden müße; und erleichtert also den Uebergang zu dem pythagorischen Lehrsaz.

2te Aufgabe.

Aus vorhergehendem Quadrat zwei gleiche kleinere Quadrate zu machen.

Da das vorige größere Quadrat durch Diagonallinien in vier zusammengesezte rechtwinklichte Triangel sich theilet, so nimmt man nur zwei und zwei dieser Triangel, und sezet sie mit ihren Hypothenusen aneinander, so erhält man zwei gleiche große Quadrate, wie sie Fig. B. und C. zeiget.

3te Aufgabe.

Das Quadrat auf einer gegebenen Linie ist viermal so groß, als das Quadrat, das auf der halben Linie stehet.

Dieses erläutert vollkommen die Lage der Theile der Fig. B.

4te Aufgabe.

Das mathematische Vierek; oder aus fünf Quadraten eines zu machen.

Hierzu gehören die fünf Trapezien und fünf rechtwinklichten Triangel, wie sie Fig. J. vorgestellet sind. Wenn

Wenn ein solcher kleiner rechtwinklichter Triangel, dergleichen K und L besonders zeigen, mit seiner Hypothenuse an die Hypothenuse eines dieser Trapezien gelegt wird, so entstehet ein kleines Quadrat. Wie aus fünf dieser Quadrate eines zusammen zu sezen, zeiget Fig. A.

5te Aufgabe.

Eine andere Art des mathematischen Vierecks; oder aus zwanzig gegebenen kleinen rechtwinklichten Triangeln ein Quadrat zu machen.

Es ist dieses die Auflösung der vorigen Aufgabe, weil hier jedes Trapez wieder in drei Triangel getheilt ist; nur die Zusammensezung ist dadurch etwas erschwert. Sie ist in Fig. D. vorgestellet.

6te Aufgabe.

Mit den Stücken dieses Kästchens den Pythagorischen Lehrsaz zu erläutern.

Wenn die Stücke so gelegt werden, wie Fig. F. zeiget, so erläutert es den Saz, daß das Quadrat der größten Seite den beiden Quadraten der kleinern Seiten zusammen genommen, an Inhalt gleich seye. Denn leztere bestehen zusammen aus zwanzig Triangeln, und ersteres allein enthält ebenfalls zwanzig Triangel.

7te Aufgabe.

Ein Triangel, dessen Grundlinie so lang ist, als die Seite eines Quadrats, aber von doppelter Höhe, ist gleiches Inhalts mit dem Quadrat.

Fig. G. bestehet aus zwei zusammengesezten rechtwinklichten Triangeln, dergleichen Fig. J. einfach vorstellet. Aus diesen zwei Triangeln der Fig. G. lassen sich zwei Quadrate machen, und wie aus zwei Quadraten eines gemacht werden kann, ist schon oben gezeigt worden.

Andere Zusammensezungen, die diese Theile gewähren, findet der Liebhaber nach der hier gegebenen wenigen Anweisung selbst; es bleibt aber nur immer Stückwerk, und also blose Belustigung, das Ganze gewähren erst die darauf befindlichen Zeichnungen.

Diese mathematisch-geometrischen Belustigungen befinden sich in einem Kästchen, und sind bei mir illuminirt für 2 Thlr. oder 3 fl. 36 kr. unilluminirt aber für 1 Thlr. 12 Ggr. oder 2 fl. 42 kr. zu haben.

Inhalt.

Inhalt.

Belustigungen aus der Geometrie.

Der mechanischen Geometrie erste Hauptabtheilung.

Seite

Einleitung. Etwas über die Einrichtung, Art und Gebrauch dieser Geometrie - 3

§. 1. Was die Geometrie ist - - 9

2. Eintheilung der Geometrie - eod.

4. Von den Instrumenten, welche man bey der Praxis auf dem Papier nöthig hat 13

I. a. Von einfachen Linien.

5. Vom Punkt. Tab. III. Fig. XX. Num. 1. 14

6. Von den Linien - - eod.

7. Von geraden Linien. Tab. I. Fig. V. — Tab. II. Fig. II. III. VI. XIV. — Tab V. Fig. XXII. 15

8. Von krummen Linien. Tab. I. Fig X. Num. 5. 6. 7. Fig. XI. Num. 2. 3. 4. 5. Fig. XII. Num. 5. — Tab. III. Fig. XX. — Tab. IV. Fig. XXIII. Num. 13. 14. 15. — Fig. XXIX. Num. 18. 19. 16

9. Von der Zeichnung dieser Linien. - 18

Inhalt.

§. Seite

10. 1ste Aufgabe. Wie auf zweierlei Art eine elliptische oder Eylinie zu zeichnen. Tab.X. Fig. 1. 2. 19

12. 2te Aufgabe. Wie auf verschiedene Art Ovallinien zu zeichnen. Tab. X. Fig. 3. 4. 5. 6. 11. 20

17. Einen Oval, dessen Länge gegeben worden, nach Verlangen schmal oder breit zu reissen. Tab. X. Fig. 7. 8. - - 22

18. Nach den zwei gegebenen Durchmessern der Länge und Breite einen Oval zu ziehen. Tab. X. Fig. 9. - - 23

19. Beschreibung eines kleinen Apparats, den man in einem besondern Futterale, oder in einem Reißzeug führen kann, zur Zeichnung der Ovallinien nach der lezten Art. Tab. X. Fig. 10. eod.

20. Beschreibung eines Ovalzirkels zur Zeichnung der Ovallinien. Tab. X. Fig. 12. 24

22. 3te Aufgabe. Wie der Mittelpunkt eines vorgegebenen Ovals und seine beiden Durchmesser zu finden. Tab. X. Fig. 13. - - 26

23. 4te Aufgabe. Eine Schlangenlinie zu zeichnen. Tab. X. Fig. 14. - - 27

24. 5te Aufgabe. Eine Kettenlinie zu zeichnen. Tab. X. Fig. 15. - - eod.

25. Schnecken- oder Spirallinien zu zeichnen.

6te Aufgabe. Eine aus halben Zirkeln bestehende, parallellaufende Schneckenlinie zu zeichnen. Tab. I. Fig. XI. Num. 2. und Tab. X. Fig. 16. 28

§. 26.

§. Seite

26. 7te Aufgabe. Eine immer weiter auseinander laufende Schneckenlinie zu zeichnen. Tab. I. Fig. XI. Num. 3. und Tab. X. Fig. 17. 29

27. 8te Aufgabe. Eine noch andere, zum Schnirkel in einem Jonischen Kapital gehörige Schneckenlinie zu zeichnen. Tab. I. Fig. XI. Num. 4. und Tab. X. Fig. 18. - eod.

28. 9te Aufgabe. Eine ovale Schneckenlinie zu zeichnen. Tab. I. Fig. XI. Num. 5. und Tab. X. Fig. 19. - - 30

I. b. Von zusammengesezten Linien.

29. 10te Aufgabe. Eine Perpendikularlinie auf einer Horizontallinie aufzurichten; oder wenn ein Punkt auf einer geraden Linie gegeben ist, eine Perpendikularlinie aus demselben aufzurichten. Tab. II. Fig. VI. - 31

30. 11te Aufgabe. An den äusersten Enden einer Linie eine Perpendikularlinie aufzurichten. Tab. II. Fig. VI. - - 32

31. 12te Aufgabe. Aus einem Punkt eine Perpendikular auf eine Horizontallinie zu fällen. Tab. II. Fig. VI. - - eod.

33. 13te Aufgabe. Eine Linie zu ziehen, die mit einer gegebenen Linie parallel ist. Tab. X. Fig. 21. Tab. XI. Fig. 22. - 33

36. Auf eine andere Art, mit Hülfe des Parallelinials. Tab. XI. Fig. 23. - 35

§. Seite

37. Auf eine noch andere Art, mit dem Linial und Dreieck. Tab. XI. Fig. 24. - 35

I. c. Von Theilung und Messung der Linien.

38. 14te Aufgabe. Eine gegebene Linie in zwei gleiche Theile zu theilen. Tab. II. Fig. VI. — Tab. XI. Fig. 25. - - 36

41. 15te Aufgabe. Eine jede Linie in begehrte gleiche Theile ohne Zirkel zu theilen. Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 16. - - 37

42. 16te Aufgabe. Eine jede vorgegebene Linie in so viele gleiche Theile zu theilen, als man verlanget. Tab. XI. Fig. 26. Tab. X. Fig. 27. 38

44. Ein Schema, nach welchem eine Linie von zwei bis in 25 Theile zu theilen ist. Tab. XI. Fig. 28. - - 40

45. Von Maasstäben. Tab. XI. Fig. 29. 30. eod.

46. 17te Aufgabe. Wie eine sehr kurze Linie zu theilen. Tab. XI. Fig. 31. - 41

47. 18te Aufgabe. Eine Linie in 100 Theile zu theilen. Tab. XI. Fig. 32. - 42

48. 19te Aufgabe. Eine Linie in 1000 Theile zu theilen, oder einen verjüngten Maasstab zu verfertigen. Tab. XII. Fig. 33. 34. 43

50. Gebrauch des Maasstabes.

20ste Aufgabe. Von dem Maasstabe ein gegebenes Maas abzustechen. Tab. XI. Fig. 33. 44

§. 51.

Inhalt.

§. Seite

51. 21ste Aufgabe. Das Maas einer gegebenen Linie auf dem Maasstab zu finden. 44

52. 22ste Aufgabe. Einen Nonius zu einem Maasstabe zu machen. Tab. XI. Fig. 35. 36. 45

53. Von den geometrischen angenommenen Maaßen. 46

54. Verschiedene Größen der Fußmaaße und ihre Gleichung. - - 47

55. Von Messung krummer Linien. - 49

II. a. Von Winkeln.

56. Was ein Winkel ist. Tab. I. Fig. V. Num. 1. Tab.II. Fig. I. II. III. — Tab. IV. Fig. XVIII. 50

57. Von dem Maaße des Winkels. Tab. II. Fig. I. II. III. - - 51

58. Von noch unterschiedenen andern Benennungen der Winkel. Tab. I. Fig. X. Num. 2. — Tab. II. Fig. III. IX. Num. 2. 3. — Tab. III. Fig. XX. — Tab. IV. Fig. XVI. XIX. XXI. — Tab. V. Fig. XXII. - - 52

II. b. Aufgaben von der Theilung und Zeichnung der Linien.

59. 23ste Aufgabe. Einen rechten Winkel zu zeichnen. Fig. 37. - - 56

61. 24ste Aufgabe. Spizige und stumpfe Winkel mit dem Transporteur zu zeichnen. Fig. 38. 57

§. Seite
62. 25ste Aufgabe. Einen gegebenen Winkel, z. E. von 84°, ohne Transporteur zu zeichnen. Fig. 39. - - 57
63. 26ste Aufgabe. Die Winkel auf dem Papier von einem Ort zum andern abzutragen. Fig. 40. - - 58
64. 27ste Aufgabe. Auf andere Art mit dem Transporteur. Fig. 41. - - eod.
65. 28ste Aufgabe. Einen Winkel in zwei oder mehr gleiche Theile zu theilen. Fig. 42. 43. 59

II. c. Aufgaben von krummen und vermischtlinigten Winkeln.

67. 29ste Aufgabe. Krummlinigte Winkel zu zeichnen Fig. 44. 45. 46. - 60
70. 30ste Aufgabe. Vermischtlinigte Winkel zu zeichnen. Fig. 47. 48. - - 61

III. Von Figuren.

72. Was unter Figur verstanden wird. Tab. II. Fig. IX. Num. 1. - - 62
73. Verschiedene Hauptbenennungen der Figuren. Tab. I. Fig. IV. V. X. XI. XII. XIII. — Tab. IV. Fig. XIX. XXIII. Num. 7. 11. 12. 17. 20. 22. eod.

IV. Einseitige Figuren.

74. Die einzige einseitige Figur ist die Zirkelfläche. Tab. I. Fig. XII. Num. 4. 5. — Tab. III. Fig. XX. Num. 1. 2. — Tab. IV. Fig. XV. XIX. XXIX. Num 19. — Tab. V. Fig. XXV. Num. 4. 63

§. Seite

75. 31ste Aufgabe. Drei Punkte, die ungleich stehen, in eine Zirkellinie zu bringen.

Oder: das Zentrum eines Zirkelbogens zu finden.

Oder: Einen Zirkel vollenden, von dem nur ein Theil vorhanden. Tab. III. Fig. XX. Num. 3. 65

V. Zweiseitige Figuren.

76. Dies ist allein der Abschnitt des Zirkels und Ovals. Tab. IV. Fig. XV. - 66

VI. Dreiseitige Figuren.

77. Was eine dreiseitige Figur ist. Tab. I. Fig. V. Num. 1. - - - 67

78. Ausschnitt des Zirkels. Tab. IV. Fig. XV. Num. 2. Fig. XIX. - - eod.

79. Geradlinichter Triangel. - - 68

80. Zweierlei Arten der Triangel. Tab. I. Fig. IV. X. Num. 6. — Tab. II. Fig. I. II. III. VII. — Tab. IV. Fig. XIX. — Tab. V. Fig. V Num. 1. eod.

82. Verhältniß der Winkel eines rechten, spitzigen und stumpfen Triangels in einem Zirkel. Tab. III. Fig. XVII. — Tab. IV. Fig. XIX. 69

83. Gleichheit der Winkel in einem Zirkel. Tab. IV. Fig. XVI. Num. 1. - 70

84. 32ste Aufgabe. Alle Triangel, sie mögen so ungleiche Seiten haben, als sie wollen, können mit einem Zirkel umschrieben werden. 71

§. Seite

85. 33ste Aufgabe. Einen gleichseitigen Triangel in einem Zirkel zu beschreiben. Fig. 49. 50. 51. 71

87. 34ste Aufgabe. Einen Triangel zu machen, der einem andern gegebenen gleich ist. Tab. II. Fig. VII. Num. 1. 2. - 72

88. 35ste Aufgabe. Die Oberfläche der Triangel, die einerley Basis und einerley Höhe haben, sind einander gleich. Tab. IV. Fig. XVI. Num. 2. - - eod.

90. 36ste Aufgabe. Die Oberfläche zweier Triangel, die einerlei Basis haben, verhalten sich wie ihre gegenseitige Höhen. Tab. II. Fig. VII. Num. 2. - - 73

91. 37ste Aufgabe. Die Oberflächen zweier Triangel, die einerlei Höhen haben, verhalten sich wie ihre Grundflächen. (Basins.) Tab. II. Fig. VII. Num. 1. - - 74

92. 38ste Aufgabe. Die Triangel, die gleiche Winkel haben, haben auch ihre Seiten gleich, in einem gegenseitigen Verhältnisse, Tab. IV. Fig. XVIII. Num. 2. - - eod.

VII. Vierseitige Figuren.

93. Wes eine vierseitige Figur ist. Tab. I. Fig. V. X. Num. 2. — Fig. V. Num. 3. - 75

94. Ver-

§. Seite
94. Verschiedenheit der vierseitigen Figuren. Tab. I. Fig. V. Num. 2. 3. — Tab. II. Fig. VI. VII. VIII. IX. Num. 1. 2. 3. 4. - 76

VIII. Figuren von mehr Seiten.

96. a. Verschiedenheit der Figuren von mehr Seiten. Tab. I. Fig. X. — X. Num. 3. — XI. — XI. Num. 1. XII. — XII, Num. 1. 2. 3. — XIII. — XIII, Num. 1. 2. 3. — Tab. II. XIV. — XIV. Num. 2. - 77

96. b. Aufgaben von vieleckigten Figuren.

39ste Aufgabe. Alle regulaire Vielecke können in eben so viele gleiche Triangel getheilet werden, als das Vieleck Seiten hat. Fig. 52. 79

102. 40ste Aufgabe. Ein jedes regulaires Vieleck ist so groß, als ein Triangel A B C, dessen Höhe C k gleich der Höhe C k des Triangels A b C; dessen Grundlinien aber so groß, als der ganze Perimeter des Vielecks. Fig. 52. 80

IX. Zeichnung der Figuren.

104. 41ste Aufgabe. Aus drei gegebenen Linien einen Triangel zu zeichnen. Tab. I. Fig. IV. — Tab. II. Fig. VII. Num. 2. — Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 15. - - 82

105. 42ste Aufgabe. Aus der gegebenen Basis und Cathedus einen rechtwinklichten Triangel zu zeichnen. Tab. II. Fig. VII. Num. 3. 83

§. Seite

106. 43ste Aufgabe. Einen rechtwinklichten Triangel zu machen, wenn seine Basis (oder auch Cathedus) und Hypothenusa gegeben. Tab. II. Fig. VII. Num. 3. - - 83

107. 44ste Aufgabe. Aus zwei gegebenen Linien ein rechtwinklicht Viereck zu machen. Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 17. - eod.

108. 45ste Aufgabe. Aus zwei gegebenen Linien und einem Winkel ein geschobenes Viereck zu machen. Tab. II. Fig. VII. VIII. - 84

109. 46ste Aufgabe. Beinahe auf gleiche Art zeichnet man ein Trapezium oder Trapezoides. Tab. II. Fig. IX. - 85

110. Was Aehnlichkeit der Figuren ist. Fig. 56. 57. eod.

111. 47ste Aufgabe. Eine Figur zu machen, die einer andern ähnlich ist. Fig. 56. 57. 86

112. a. 48ste Aufgabe. Nach einem vorgegebenen ungleichseitigen Vieleck (Polygono irregulari) ein anderes gleich großes zu zeichnen. Fig. 54. 55. 87

112. b. Erste Anmerkung. Nuzen eines dreispizigten Zirkels bei Kopirung der Risse. 88

112. c. Zweite Anmerkung. Kopirung durch Parallellinien - - 89

112. d. Gebrauch der Kopirnadel zur Kopirung der der Risse. Fig. 64. - - 90

112. e. Von noch einigen andern Kopirarten. eod.

§. Seite

113. 49ste Aufgabe. Einen Zirkel zu beschreiben, der durch die Winkel eines gegebenen Triangels durchgeht. Tab. III. Fig. XXIV. Num. 4. 92

114. 50ste Aufgabe. Auf eine gegebene Linie einen Triangel zu machen, dessen Oberfläche der Oberfläche eines gleichfalls gegebenen Triangels gleich sey. Tab. V. Fig. XXII. Num. 8. eod.

115. 51ste Aufgabe. Auf eine gegebene Linie einen Triangel zu machen, dessen Oberfläche größer oder kleiner ist, als die Oberfläche eines gleichfalls gegebenen Triangels. Tab. V. Fig. XXII. Num. 8. - - - - 93

116. 52ste Aufgabe. Wenn man bei zwei verschiedenen Triangeln eine von ihren Seiten und den Winkel, der einer jeden derselben entgegengesezt ist, weiß, die beiden andern Seiten zu finden. Tab. V. Fig. XXII. Num. 7. 94

119. 53ste Aufgabe. Um einen vorgegebenen Triangel einen Zirkel zu ziehen. Tab. III. Fig. XX. Num. 3. - - 96

122. 54ste Aufgabe. Um ein jedes gegebenes regulaires Vieleck einen Zirkel zu ziehen. Fig. 58. 97

124. 55ste Aufgabe. Um einen Zirkel ein Quadrat zu zeichnen. Fig. 59. - - 98

126. 56ste Aufgabe. Auf eine gegebene Linie ein jedes regulaires Vieleck zu zeichnen. Fig. 58. 99

§. Seite

128. 57ste Aufg. Wie der Polygonwinkel zu finden. 100

130. Winkeltäfelein. - - 101

131. 58ste Aufgabe. In einem jeden Vielecke die Summe aller Winkel zu finden. Fig. 60. 61. 102

134. 59ste Aufgabe. Aus allen Seiten der Figur und drei Diagonalen weniger als Seiten sind, eine jede Figur zu zeichnen. Fig. 62. 103

135. 60ste Aufgabe. Aus allen Seiten der Figur und drei Winkeln weniger als Seiten sind, eine jede Figur zu zeichnen. Fig. 63. eod.

136. Anmerkung, die Zeichnung der Figuren überhaupt betreffend. - - 104

137. 61ste Aufgabe. Eine jede geradlinichte Figur, in die man kommen kann, in Grund zu legen, das ist, eine ähnliche zu beschreiben. Fig. 62. 105

IX. b. Von der Benennung der Theile und den Grundsäzen der Zirkel- und Polygonförmigen Figuren.

139. Nöthige Erklärung der Benennungen, die bei Zirkeltheilungen vorkommen. Fig. 65. 106

142. Vorausgesezte Grundsäze, die bei Polygonförmigen Figuren in der Folge zu wissen nöthig sind. - - - 109

X. a. Zeichnung regulairer Figuren oder Vielecke (Polygone) auf einer gegebenen Linie.

160 — 163. Was ein regulaires Vieleck ist. Fig. 67. 113

164. 62ste Aufgabe. Auf eine gegebene gerade Linie ein regulaires Fünfeck zu zeichnen. Fig. 66. 114

§. Seite

165. 63ste Aufgabe. Auf eine gegebene gerade Linie ein regulaires Sechseck zu zeichnen. Fig. 67. 115

166. 64ste Aufg. Auf einer vorgegebenen geraden Linie ein regulaires Siebeneck zu zeichnen. Fig. 68. eod.

167. a. 65ste Aufg. a. Auf einer vorgegebenen geraden Linie ein regulaires Achteck zu zeichnen. Fig. 69. 116

167. b. 65ste Aufg. b. Auf eine andere Art. Fig. 73. 117

168. 66ste Aufg. Auf einer vorgegebenen geraden Linie ein regulaires Neuneck zu zeichnen. Fig. 70. eod.

169. 67ste Aufg. Auf einer vorgegebenen geraden Linie ein regulaires Zehneck zu zeichnen. Fig. 71. 118

X. b. Einige Universalmanieren, regulaire Vielecke zu zeichnen.

170. 68ste Aufg. Eine Universalmanier, auf einer vorgegebenen geraden Linie, die regulairen Polygone vom Sechseck bis zum Zwölfeck zu zeichnen. Fig. 72. - - 119

171. 69ste Aufg. Die Winkel am Mittelpunkte (Zenterwinkel) und die Seiten eines regulairen Polygons zu finden. - - 120

172. Tafel für die Winkel am Mittelpunkte und am Umkreise der regulairen Polygone von drei bis zwölf Seiten. - - 121

173. 70ste Aufg. Eine andere Art, als §. 170. angegeben worden, auf eine gegebene gerade Linie zur Seite eines Vielecks, ein 5, 6, 7, 8 bis 12 Eck zu beschreiben, nach dem halben Polygonwinkel. - - 122

§. Seite

X. c. Zeichnung regulairer Figuren oder Vielecke (Polygons) in einem Zirkel.

174. 71ste Aufg. In einem vorgegebenen Zirkel ein gleichseitiges Dreieck zu zeichnen, oder den Zirkelkreiß in drei gleiche Theile zu theilen. Tab. I. Fig. X. Num. 1. - - 123

175. a. 72ste Aufg. In einem gegebenen Zirkel ein gleichseitiges Viereck zu zeichnen, oder den Zirkel in vier gleiche Theile zu theilen. Tab. I. Fig. X. Num 2. - - eod.

175. b. 73ste Aufg. In einem gegebenen Zirkel ein regulaires Fünfeck zu zeichnen, oder den Zirkel in 5 gleiche Theile zu theilen. Tab. I. Fig. X. Nr. 3. 124

176. 74ste Aufg. In einem vorgegebenen Zirkel ein regulaires Sechseck zu zeichnen, oder den Zirkel in sechs gleiche Theile zut heilen. Tab. I. Fig. XI. Num. 1. - - eod.

177. 75ste Aufg. In einem Zirkel ein regulaires Siebeneck zu zeichnen, oder den Zirkel in sieben gleiche Theile zu theilen. Tab. I. Fig. XII. Nr. 3. 125

178. 76ste Aufg. In einem Zirkel ein regulaires Achteck zu zeichnen, oder den Zirkel in acht gleiche Theile zu theilen, desgleichen in 16, 32, 64 u. s. w. Tab. I. Fig. XIII. Num. 3. 126

179 77ste Aufg. In einem Zirkel ein regul. Neuneck zu zeichnen, oder den Zirkel in 9 gleiche Theile zu theilen. Tab. I. Fig. XII. Num. 1. eod.

§. Seite

180. 78ste Aufg. In einem Zirkel ein gleichseitiges Zehneck zu zeichnen, oder den Zirkel in 10 gleiche Theile zu theilen. Tab. I. Fig. XII. Num. 2. 127

181. 79ste Aufg. In einem Zirkel ein gleichseitiges Eilfeck zu zeichnen, oder den Zirkel in 11 gleiche Theile zu theilen. Tab. I. Fig. XIII. Num. 3. 128

182. 80ste Aufg. In einem gegeb Zirkel ein gleichs. Zwölfeck zu zeichnen, oder einen Zirkelumkreis in 12 gleiche Theile zu theilen, deren jeder 30 Grad hält. Tab. I. Fig XIII. Num. 2. 129

X. d. Verschiedene Universalmanieren, regulaire Vielecke in einem Zirkel zu zeichnen.

183. 81ste Aufg Ein jedes Vieleck, z. B. das Fünfeck in einem Zirkel mechanisch zu beschreiben. Fig. 75. 130

184. 82ste Aufg. In einem Zirkel die Linien zu einem 3, 4, 5 bis 12 Eck zu zeichnen. Fig. 76. 131

185. 83 Aufg. Ein Verfahren, in einem gegebenen Zirkel ein regul. Polygon zu beschreiben, welches sich der Wahrheit beinahe nähert. Fig. 77. 132

186. 84ste Aufg. Die etwas veränderte Universalmanier des Renaldini, wie ein jedes Vieleck in einem Zirkel zu beschreiben. Fig. 78. 133

187. 85ste Aufg. In einem jeden vorgegebenen Zirkel ein jedes verlangtes regulaires Vieleck zu zeichnen, oder den Zirkel in verlangte gleiche Theile zu theilen. Fig 79. - 134

188. Anzeige eines Schema, nach welchem man Zirkel mechanisch in begehrte Theile theilen kann. Fig. 80. - - 134

§. 189.

§. Seite
189. Tabelle, in welcher die Seiten der regulairen Vielecke von 3 bis 12 und die Größe des Perpendikels aus dem Zentro des Zirkels, bis auf die Seite des Vieleckes in 10000000 Theile des halben Durchmessers ausgerechnet sind, nach welchen man die Vielecke vermittelst eines 1000theiligen Maasstabes in den Zirkel beschreiben kann. - - 136
190. Tabelle, welche anzeiget, wie groß der Radius und gedachter Perpendikel sind, wenn die Seite des Vieleckes 10000000 Theile hält. 137
191. 86ste Aufg. Eine mechanische Art für Künstler, regulaire Vielecke in Zirkel zu zeichnen. Fig. 81. 138
192. Etwas von umschriebenen Figuren. Fig. 82. eod.
193. 87ste Aufg. Die Seiten eines jeden regulairen Polygons sind anzusehen als Sehnen eines Zirkelbogens. Fig. 83. - 139
194. Anmerkung, die Zeichnung der regulairen Vielecke überhaupt betreffend. - - 140

Der mechanischen Geometrie
zweite Hauptabtheilung.

In welcher vorzüglich der Gebrauch der zerschnittenen Figurentäfelein, die in die III. IV. V. Tafeln eingelegt sind, vorkommt.

XI. Die geometrische Methode, wie geradlinigte Figuren verglichen werden.

§. 195. Einleitung. - - 141
§. 196. Pythagorischer Lehrsaz. - 142

88ste

§. Seite

196. 88ste Aufg. Die Oberfläche eines jeden regulairen Vielecks, vom Dreieck bis zum Zwölfeck, dessen eine Seite auf die Hypothenuse eines rechtwinklichten Triangels gesezt worden, ist der Oberfläche zweier andern, eben solcher Vielecke gleich, deren eine Seite auf die beiden andern Seiten eben dieses Triangels gesezt worden. Tab. III. Fig. XXVIII. und Fig. 84. 142

201. 89ste Aufg. Eine ganz einfache Art, zwei und mehrere Quadrate in eins zu bringen. 146

202. 90ste Aufg. Eine andere Darstellung des Beweises des pythagorischen Lehrsazes. Fig. 85. 147

203. a. 91ste Aufg. Noch anderst. Fig. 86. Tab. III. Fig XXVIII. Num. 1. - - 148

204. a. 92ste Aufg. Fernere Anwendung des pythagorischen Lehrsazes auf ähnliche Vielecke. Fig. 87. 150

205. 93ste Aufg. Durch sich ähnliche gleichseitige Triangel ungleicher Größe bewiesen. Fig. 88. 151

206. a. 94ste Aufg. Beweiß mit gleichseitigen, gleichschenklichen und andern Triangeln. Tab. III. Fig. XXVIII. Num. 1. - eod.

207. 95ste Aufg. Die Oberfläche eines Zirkels, dessen Diameter auf die Hypothenuse eines rechtwinklichten Triangels gesezt worden, ist der Oberfläche zweier anderer Zirkel gleich, deren Diameter auf die beiden andern Seiten eben dieses Triangels gesezt worden. Tab. III. Fig. XXVIII. Num. 1. - - 153

§. Seite

208. 96ste Aufg. Einen Zirkel zu beschreiben, dessen Oberfläche der Oberfläche zweier gegebenen Zirkel gleich ist. Tab. III. Fig. XXVIII. Num. 2. eod.

209. 97ste Aufg. Beweiß daß der Triangel die Hälfte vom Rektangel und vom Rhomboid ist. Tab. III. Fig. XXVII. - - 154

210. 98ste Aufg. Zwei Parallellogramma, deren eines Rektangel, das andere Rhomboid ist, die einerlei Grundflächen und Höhe haben, sind einander gleich. Tab. III. Fig. XXVII. 155

211. 99ste Aufg. Die Oberfläche eines jeden Parallelograms, welches mit einem Triangel einerlei Höhe und Basis hat, ist noch einmal so groß, als die Fläche des Triangels. Tab. III. Fig. XXVII. - - 156

212. Nachträge zur 98sten Aufgabe. Fig. 89. 90. 91. 157

213. a. 100ste Aufg. Aus zwei gleichen Quadraten eines zu machen. Tab. III. Fig. XXIV. 158

213 b. 101ste Aufg. Ein Quadrat zu machen, das doppelt so groß als ein anderes ist. Tab. V. Fig. XXV. Num. 3. - eod.

214. 102te Aufg. Ein Quadrat zu machen dessen Oberfläche die Hälfte der Oberfläche eines andern gegebenen Quadrats ist. Tab. V. Fig. XXV. Nr. 3. 159

215. a — d. 103te Aufg. Zwei Quadrate von ungleicher Größe in ein Quadrat zu bringen. Tab. V. Fig. XXV. Num. 6. - eod.

§. Seite

215. e. Wie der Beweiß mit den zerschnittenen Täfelein der Fig. XXV. in Tab. V. zu machen. 162

215. f. Mit eben diesen Täfelein den Beweiß nach dem Lehrsaz des Pythagoras zu machen. 163

216. a. 104te Aufg. Die Seite des Sechseckes ist dem Radius des umschriebenen Zirkels gleich. eod.

216. b. Wie der Beweiß mit den zerschnittenen Täfelein des mathematischen Sechseckes in Tab. IV. Fig. XXIX. zu machen. - - 164

217. a. 105te Aufg. Beweis daß die Oberfläche eines gleichseitigen Triangels die Hälfte von der Oberfläche eines Sechseckes ist. Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 1. - - eod.

217. b. Wie der Beweis mit den zerschnittenen Täfelein des mathematischen Sechseckes Tab. IV. Fig. XXIX. zu machen. - - 165

218. 106te Aufg. Ein gleichseitiges Flächensechseck enthält drei Quadratflächen. Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 2. - - eod.

219. 107te Aufg. Ein gleichseitiges Flächendreieck enthält 1 ½ Quadratfläche. - - 167

220. 108te Aufg. Ein Parallelogram zu verfertigen, welches man in zwei Triangel oder in ein Sechseck verwandeln, oder in einen gegebenen Zirkel hinein zeichnen kann. Tab. IV. Fig. XXIX. Num. 1. 2. - - 168

§. Seite

221. 109te Aufg. Sechs gleichseitige Triangel machen ein regulaires Sechseck. - 169

222. 110te Aufg. Aus dem mathematischen Viereck fünf Quadrate zu machen; oder aus fünf Quadraten ein Quadrat. Tab. V. Fig. XXVI. 170

223. 111te Aufg. Aus dem mathematischen Viereck einen rechtwinklichten Triangel zu machen. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 26. - 171

224. 112te Aufg. Die Wechselquadrate; oder, aus dreißig kleinen Quadraten 32 zu machen; oder die geometrische Vermehrung des Goldes. Tab. V. Fig. XXX. Erwiesen in Fig. XXII. Num. 1. 2. - - eod.

225. 113te Aufg. Ein Qnadrat zu finden, dessen Oberfläche der Differenz der Oberfläche zweier anderer gegebenen Quadrate gleich ist. Tab. III. Fig. XXVIII. Num. 3. - 172

226. 114te Aufg. Die Oberfläche eines in einem Zirkel eingeschlossenen Quadrats macht die Hälfte der Oberfläche eines aussen um den Zirkel gezogenen Quadrats. Tab. V. Fig. XXV. Num. 4. 173

XII. Verwandlung der Flächen.

227. Was darunter begriffen wird. - 174

228. 115te Aufg. Einen Triangel in ein Parallelogram zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 1. - - eod.

§. Seite

230. 116te Aufg. Einen Rhombum oder Rhomboiden in ein Parallelogram zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 2. - 175

231. 117te Aufg. Ein Parallelogram in ein Quadrat zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 3. eod.

232. 118te Aufg. Ein Quadrat in ein Parallelogram oder Rhomboidem zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 4. - - 176

233. 119te Aufg. Ein Quadrat zu machen, dessen Oberfläche der Oberfläche eines rechtwinklicht gegebenen Parallelograms gleich ist. Tab V. Fig. XXVI. Num. 16. - 177

234. 120ste Aufg. Ein Trapezium in ein Parallelogram zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 5. - - - 178

235. 121ste Aufg. Aus einem Trapezoide einen Triangel zu machen, der demselben an Inhalt gleich ist. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 6. eod.

236. 122ste Aufg. Ein jedes regulaires Vieleck in einen Triangel gleiches Inhalts zu bringen. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 7. - 179

237. 123ste Aufg. a. Aus einem jeden regulairen oder irregulairen Vieleck einen Triangel gleiches Inhalts zu machen. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 17. - - - eod.

238. 123ste Aufg. b. Auf eine andere Art, aus jedem irregulairen Vieleck einen Triangel zu machen. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 18. 180

§. Seite
239. 124ste Aufg. a. Einen Zirkel in einen Triangel zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 8. 181

240. 124ste Aufg. b. Dieses auf eine Art. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 19. - - 182

241. 125ste Aufg. Einen halben Zirkel in einen ganzen zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 10. 183

242. 126ste Aufg. Den Abschnitt eines Zirkels in einem Triangel zu bringen. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 12. - - eod.

243. 127ste Aufg. Ein Oval in einen Zirkel zu verwandeln. Tab. III. Fig. XX. Num. 2. 184

244. 128ste Aufg. Ein Quadrat in einen Rhombum zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 11. eod.

245. 129ste Aufg. Einen Triangel in einen Rhomboidem zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 14. - - 185

246. 130ste Aufg. Ein Parallelogram zu machen, dessen Oberfläche der Oberfläche eines gegebenen Triangels gleich ist. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 15. - - - eod.

247. 131ste Aufg. Ein Quadrat in ein rechtwinkliches Parallelogram zu verwandeln, dessen größte Seiten bestimmt sind. Tab. V. Fig. XXV. Num. 1. - - 186

248. 132ste Aufg. Ein Quadrat in einen Triangel zu verwandeln, an welchem die Länge einer

seiner

§. Seite
seiner Seiten gegeben oder bestimmt ist. Tab. V. Fig. XXV. Num. 2. - 187

250. 133ste Aufg. Ein Polygon in einen Triangel zu verwandeln. Tab.V. Fig. XXVI. Num. 7. 188

251. 134ste Aufg. Einen Zirkel in einen Triangel zu verwandeln. Tab.V. Fig. XXVI. Num. 19. 189

152. 135ste Aufg. Die Oberfläche eines gegebenen Quadrats, in eine flache Figur, die durch zwei zirkelrunde Linien eingeschlossen ist, zu bringen. Tab. IV. Fig. XXVI. Num. 3. 190

254. 136ste Aufg. Einen Triangel in ein Quadrat zu verwandeln. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 13. 191

255. 137ste Aufg. Aus einem Zirkel ein Quadrat zu machen. Tab. V. Fig. XXVI. Num. 9. item Tab. II. Fig. VIII. Num. 1. it. Fig. 92. 192

259. 138ste Aufg. Aus einem gegebenen Quadrat, Parallelogram oder Triangel, einen Zirkel gleiches Inhalts zu machen, und wieder umgekehrt. Fig. 93. - - 194

260. 139ste Aufg. Auf eine andere Art ein Quadrat mechanisch in einen Zirkel zu verwandeln. Fig. 94. - - 196

261. 140ste Aufg. Einen Zirkel a b c d aus dem Grunde der Proportion von 7 zu 22, in ein rechtwinklichtes Parallelogram a e h g, von der Höhe des halben Durchmessers a e zu verwandeln. Fig. 95. - - eod.

§. Seite

262. 141ste Aufg. Einen Zirkel a b c d aus dem Grunde der Proportion von 7 zu 22, in ein rechtwinklichtes Parallelogram a c k i von der Höhe des Durchmessers a c zu verwandeln. Fig. 95. - - - 197

263. Etwas von der Quadratur des Zirkels. eod.

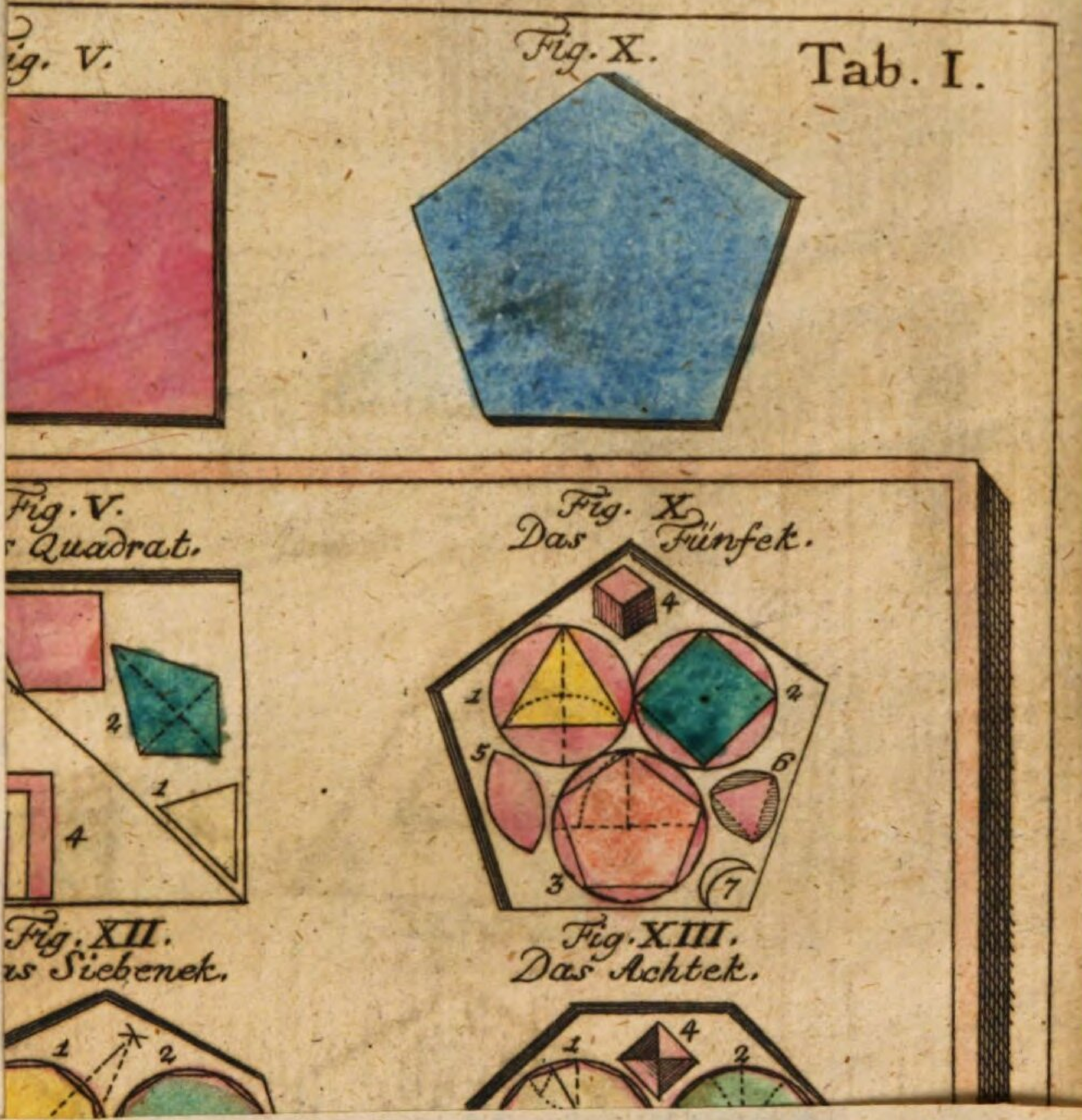
An die Liebhaber und Käufer dieser mechanischen Geometrie. - - 199

Die geometrischen Lehrtafeln. Tab. VI. 200

Das geometrische Kästchen. Tab. VII. 202

Mathematisch = geometrische Belustigungen. Tab. IX. - - 204

Die hin und' wieder stehn gebliebenen Druckfehler sollen in der Fortsezung berichtiget werden.


Tab. I.
Fig. V.
Fig. X.
Fig. V.
Quadrat.
Fig. X
Das Fünfek.
Fig. XII.
Siebenek.
Fig. XIII.
Das Achtek.

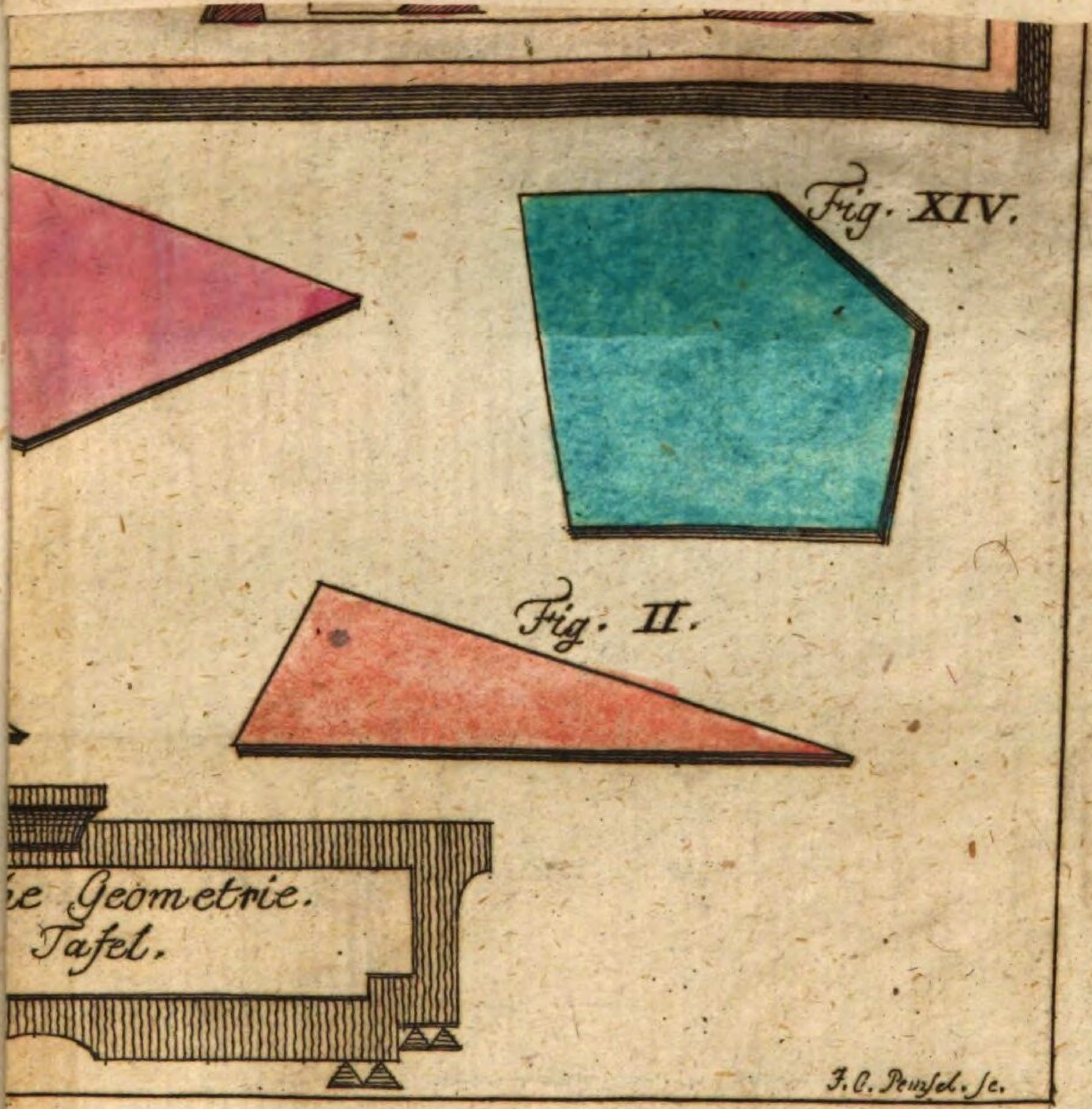
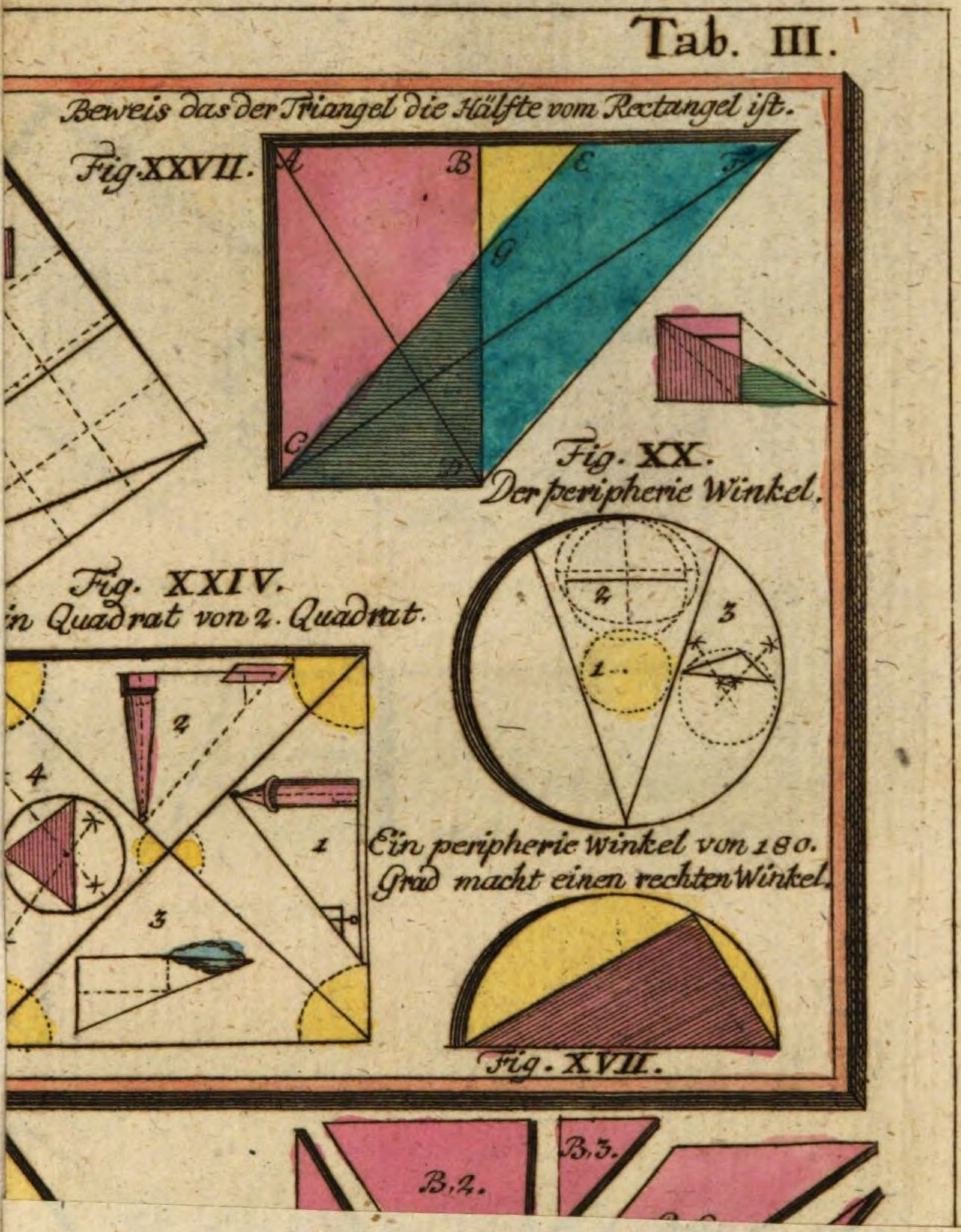
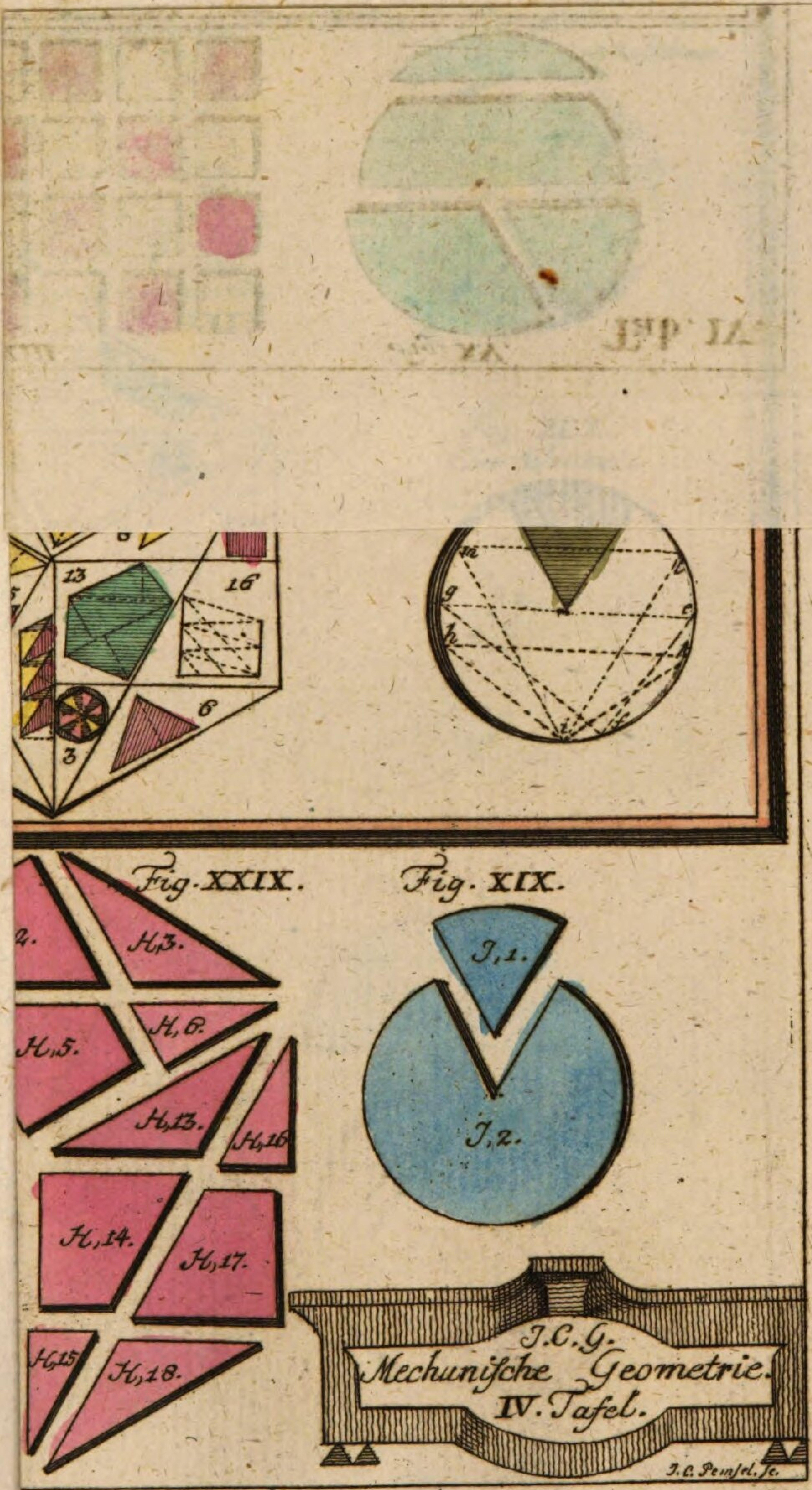


Fig. XIV.
Fig. II.
…e Geometrie.
Tafel.
J.C. Peinsel. sc.


Tab. III.
Beweis das der Triangel die Hälfte vom Rectangel ist.
Fig. XXVII.
A
B
E
F
G
C
D
Fig. XX.
Der peripherie Winkel.
Fig. XXIV.
Ein Quadrat von 2. Quadrat.
Ein peripherie Winkel von 180.
Grad macht einen rechten Winkel.
Fig. XVII.
B.2.
B.3.



13
16
3
6
Fig. XXIX.
Fig. XIX.
H,3.
H,5.
H,6.
H,13.
H,16
H,14.
H,17.
H,15
H,18.
J,1.
J,2.
J.C.G.
Mechanische Geometrie.
IV. Tafel.
J.C. Peinsel. sc.

Tab. V.

Fig. XXX. Die Wechsel Quadrate.

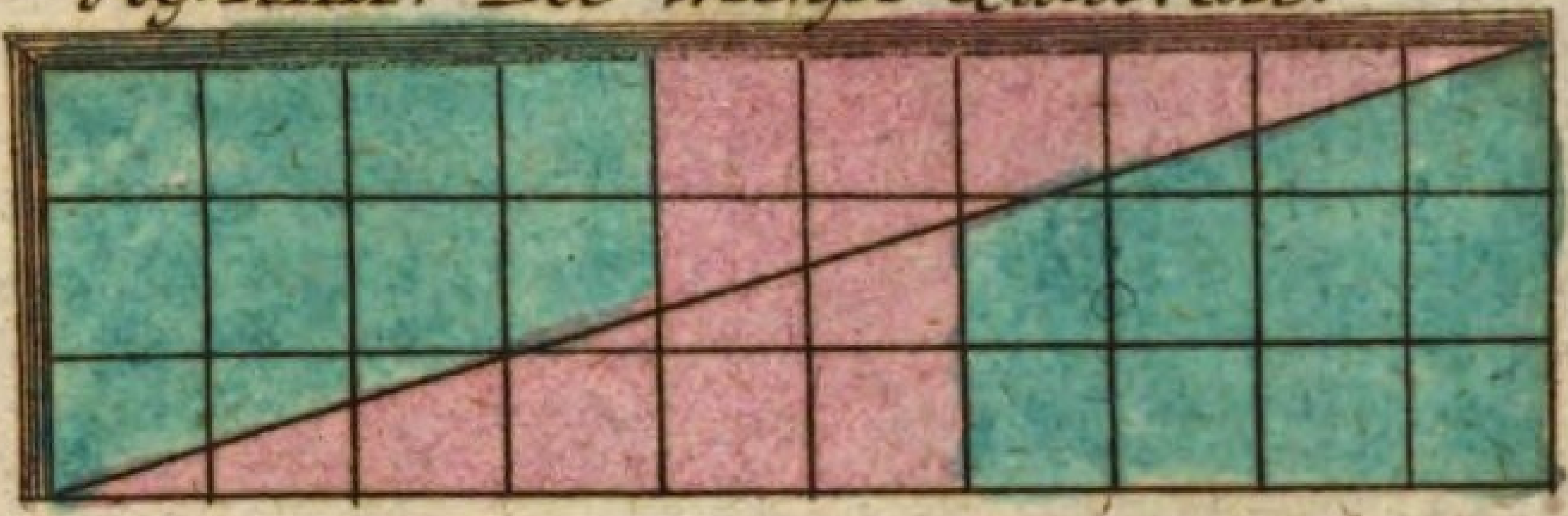
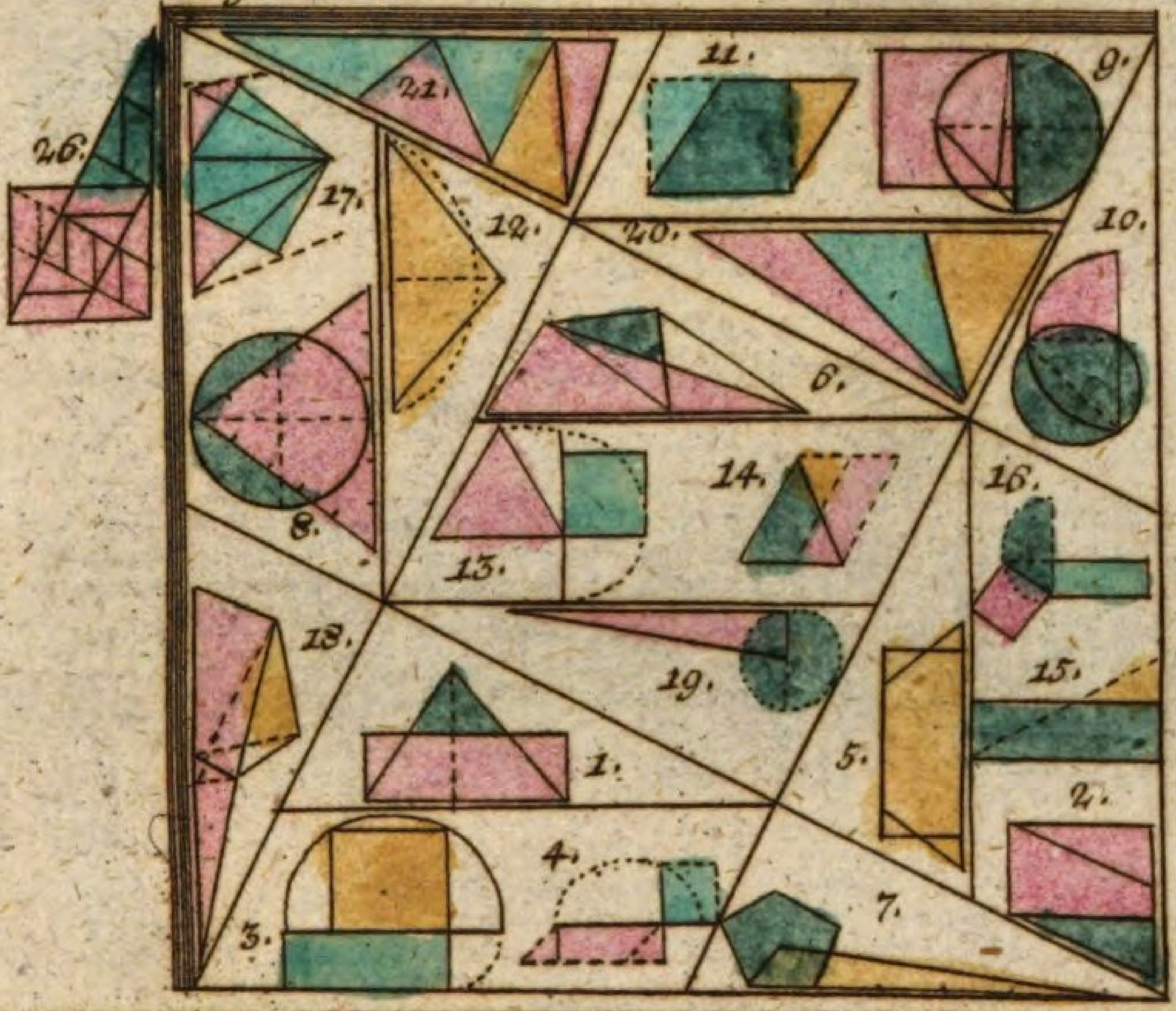


Fig. XXVI. Das mathematische Vierek.

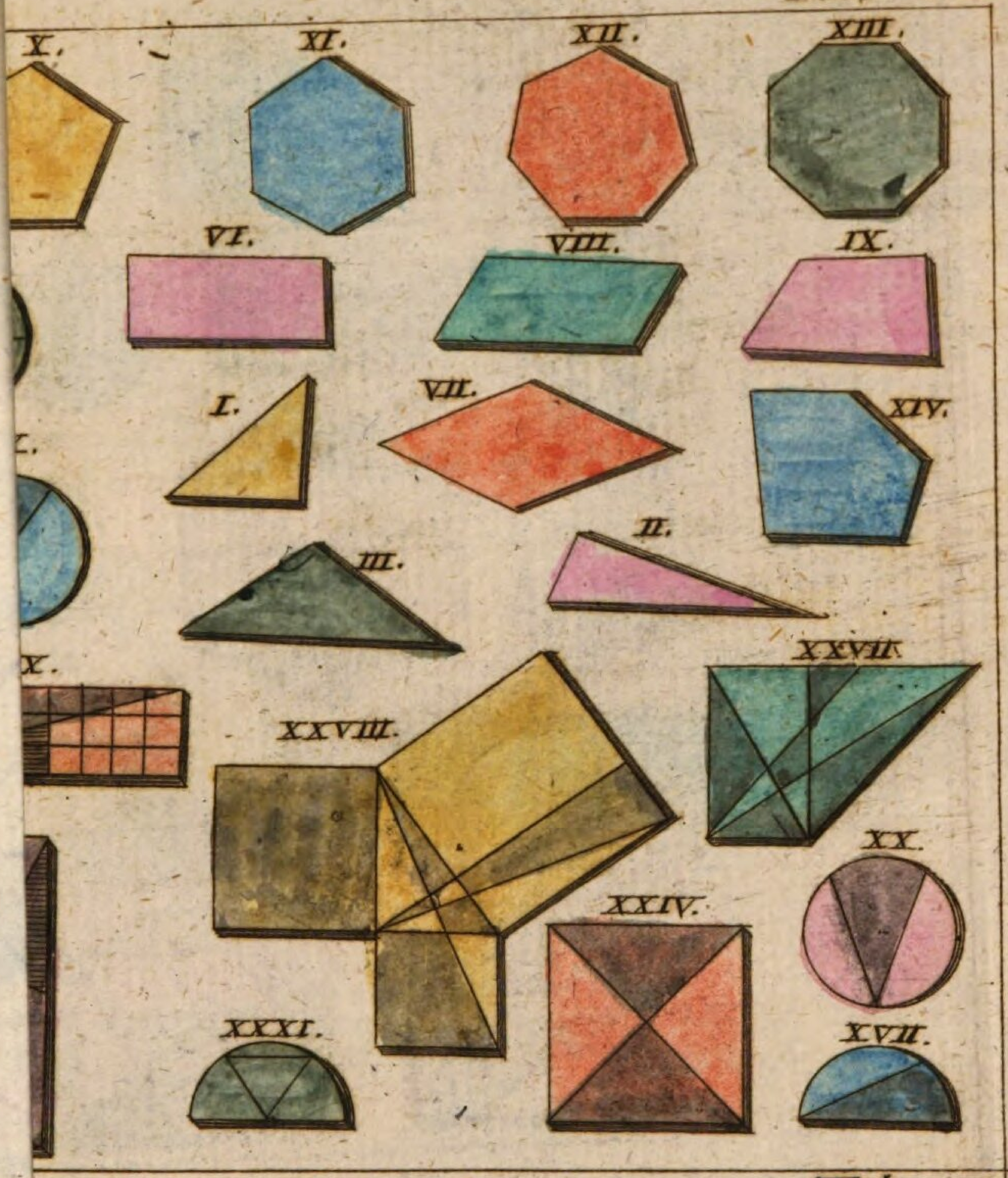


XV.

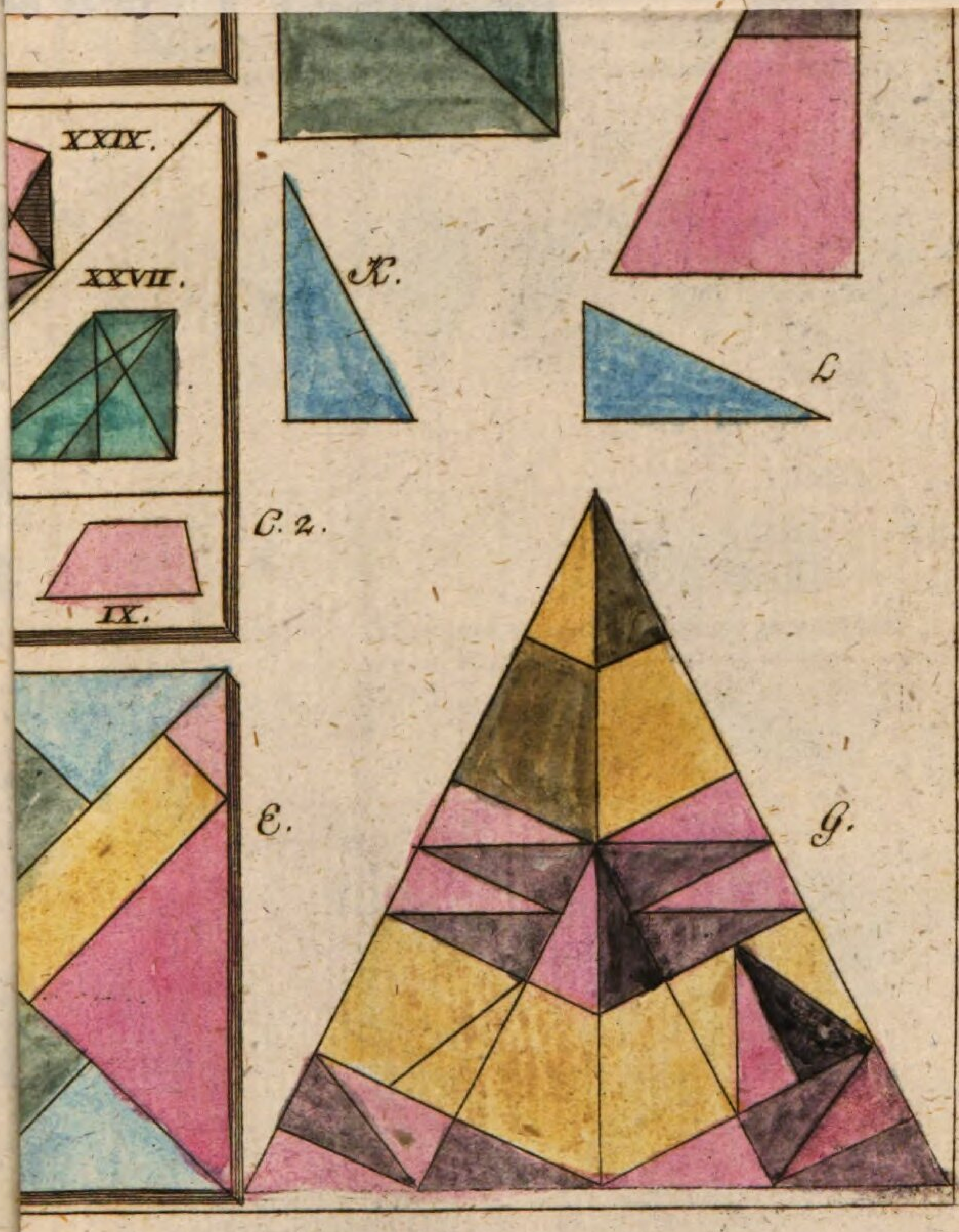
Fig. XXX

Fig. XXII.
Fig. XXIV.
Fig. XXVII.
Fig. XXIX.
Mechanische Geometrie von J.C. Gütle
Fig. I.
J.C. Gütle Geometrische Lehr-Tafeln

Tab. VII.



Tab. VIII.


XXIX.
XXVII.
K.
L
C.2.
IX.
E.
G.

Tab. X.

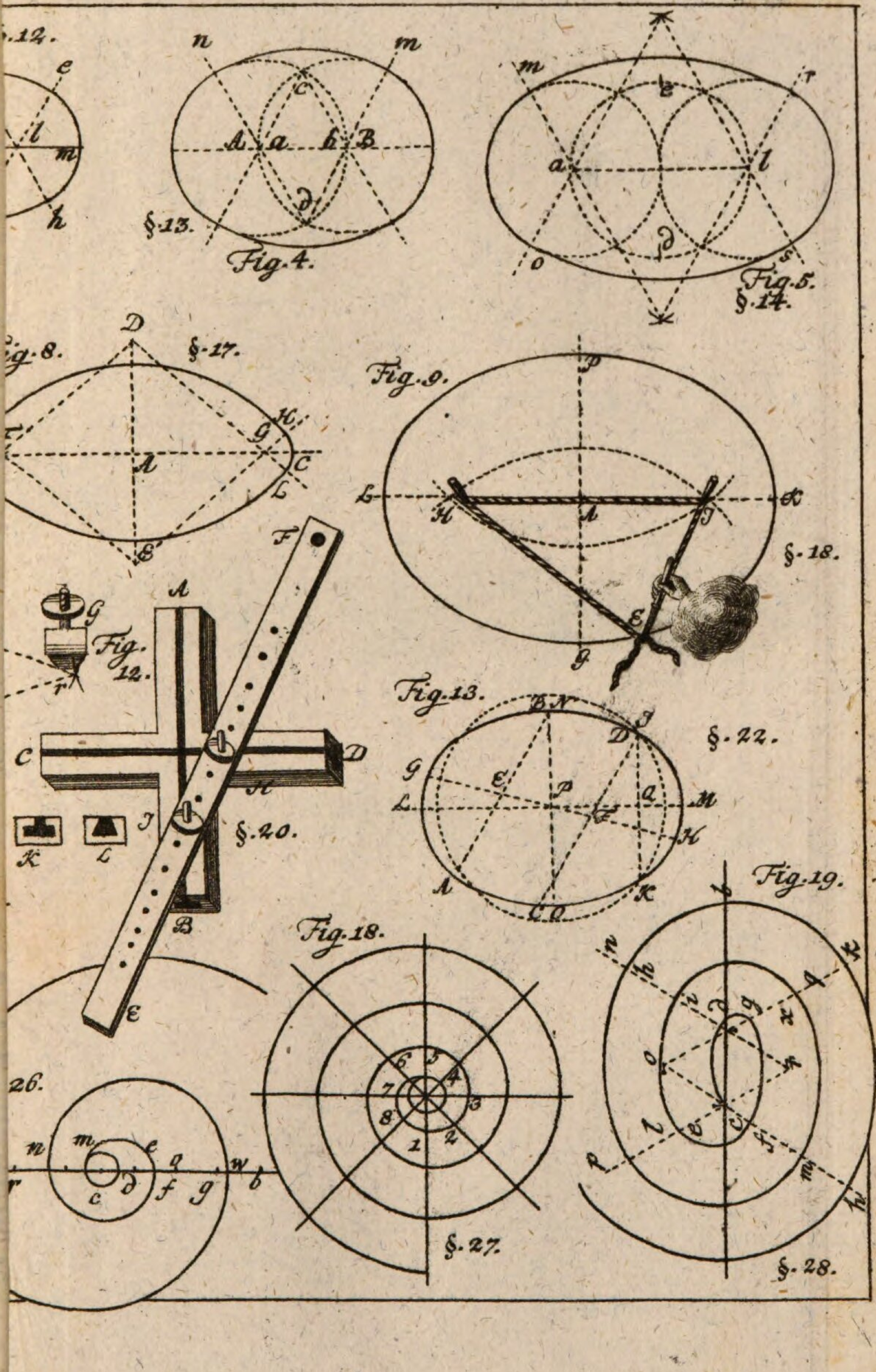


Fig. 4.
§. 13.
Fig. 5.
§. 14.
§. 17.
Fig. 9.
§. 18.
Fig. 12.
§. 20.
Fig. 13.
§. 22.
Fig. 18.
§. 27.
Fig. 19.
§. 28.
26.

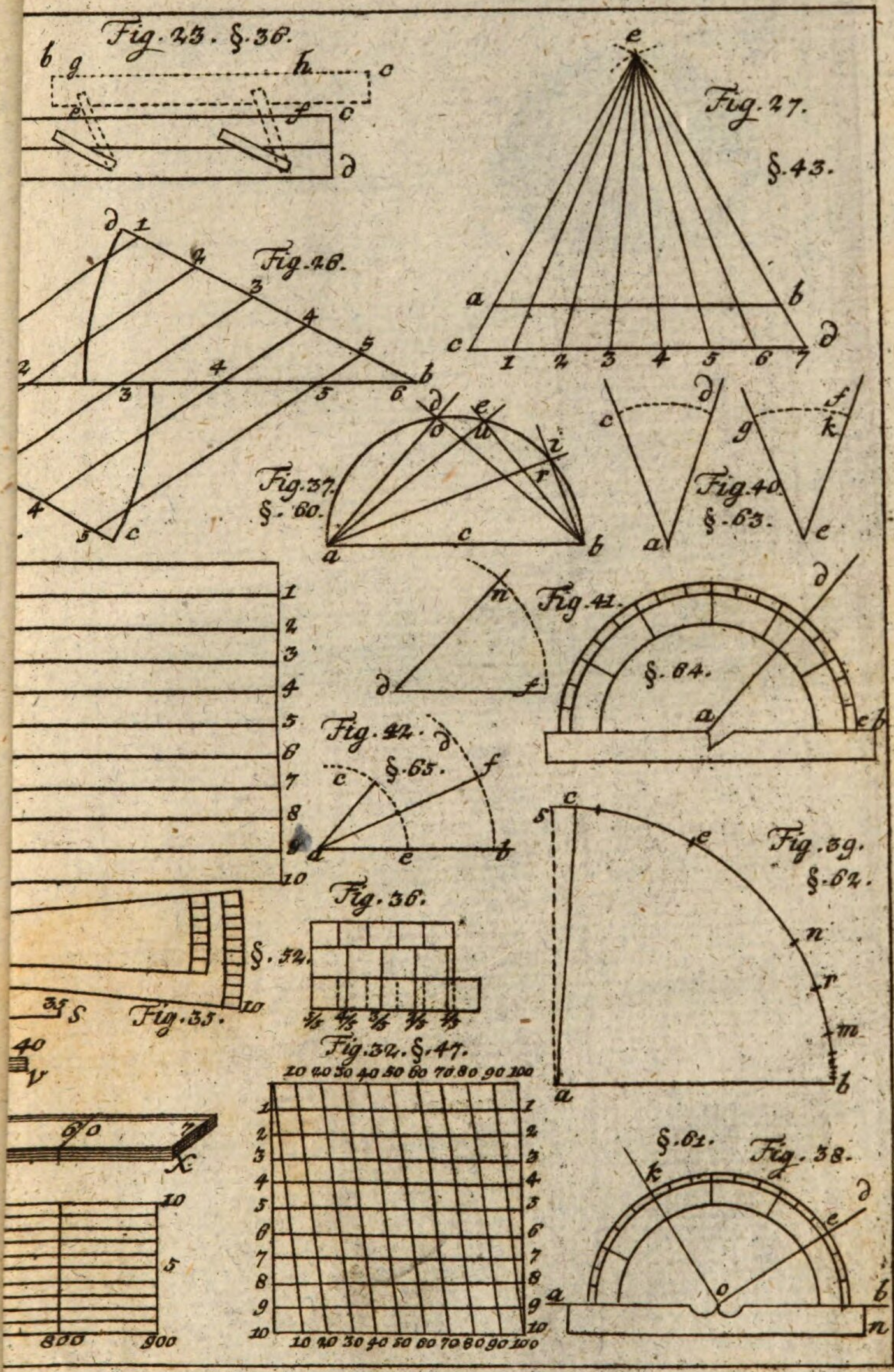


Fig. 23. §. 36.
Fig. 26.
Fig. 27.
§. 43.
Fig. 37.
§. 60.
Fig. 40.
§. 63.
Fig. 41.
§. 64.
Fig. 42.
§. 65.
Fig. 36.
§. 52.
Fig. 35.
Fig. 39.
§. 62.
Fig. 32. §. 47.
§. 61.
Fig. 38.

Tab. XII.

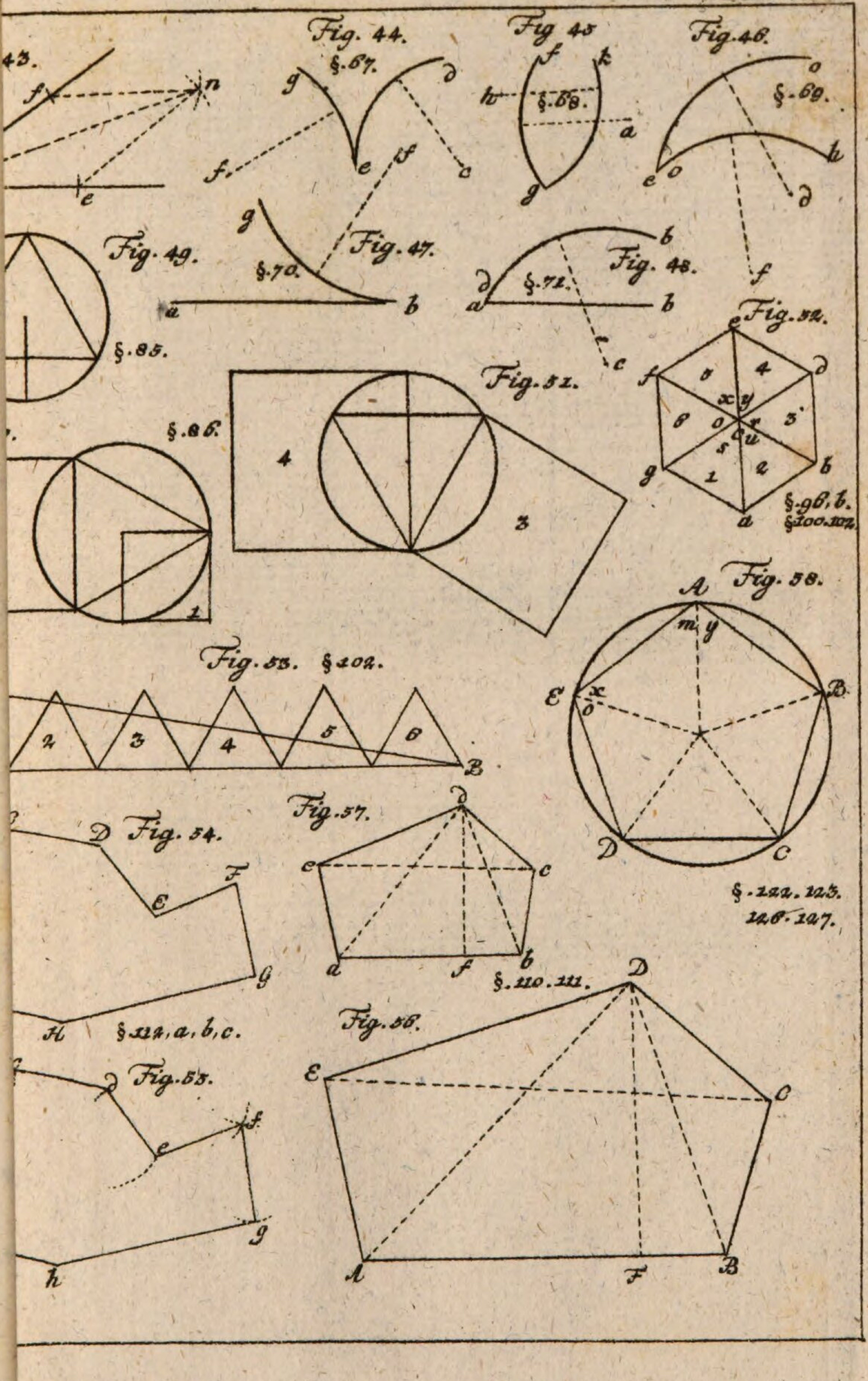


Fig. 44.
§.67.
Fig 45
§.68.
Fig.46.
§.69.
Fig.49.
§.85.
Fig.47.
§.70.
Fig. 48.
§.71.
Fig.52.
§.98, b.
§100.101.
§.86.
Fig.51.
Fig.53. §102.
Fig. 58.
Fig. 54.
Fig.57.
§.122.123.
126.127.
§.110.111.
§112, a, b, c.
Fig.56.
Fig.55.

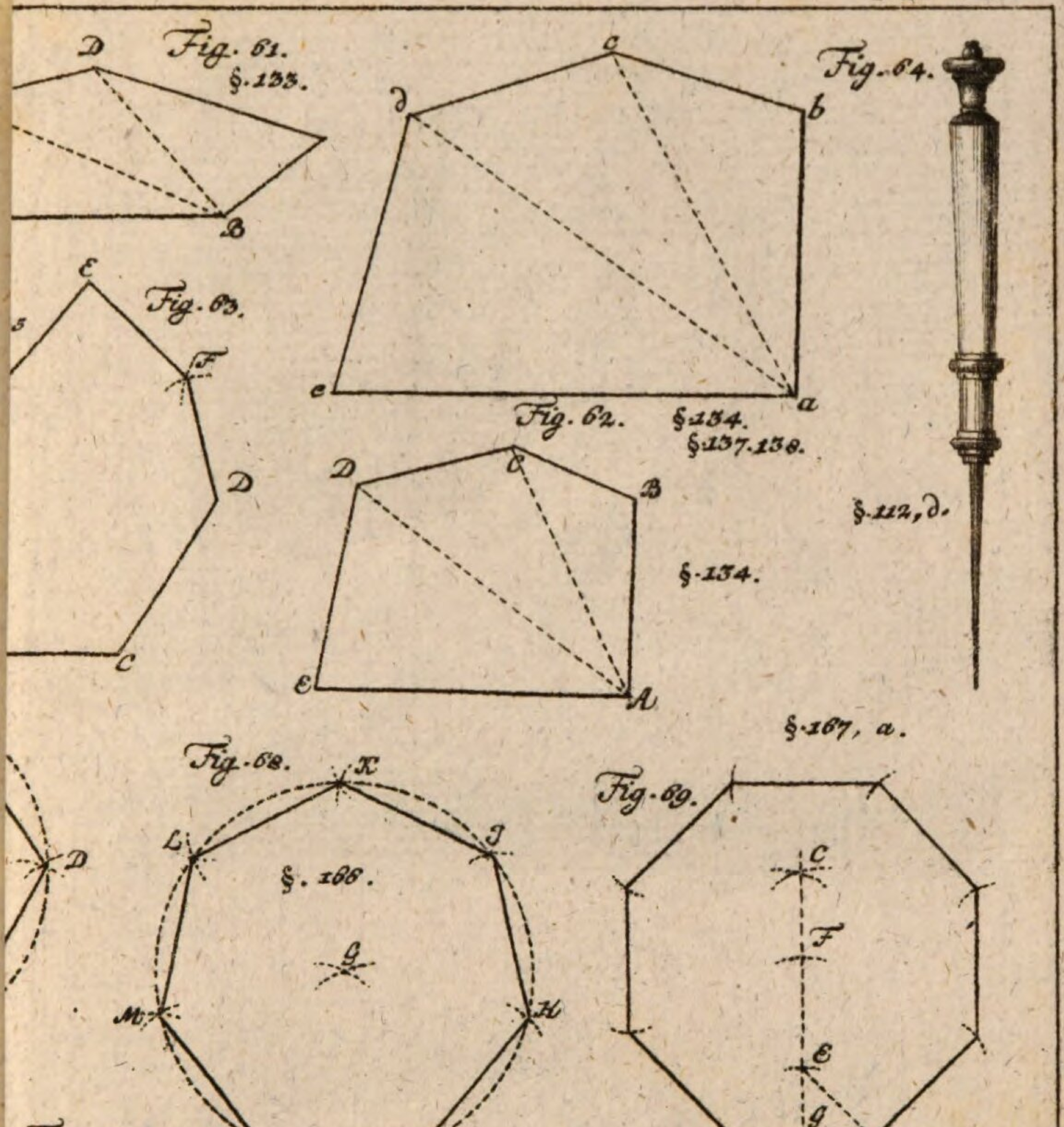


Fig. 61.
§. 133.
Fig. 62.
§. 134.
§. 137. 138.
§. 134.
Fig. 63.
Fig. 64.
§. 112, d.
§. 167, a.
Fig. 68.
§. 168.
Fig. 69.
Fig. 71.
§. 169.
Fig. 89.
§. 212.

Tab. XIV.

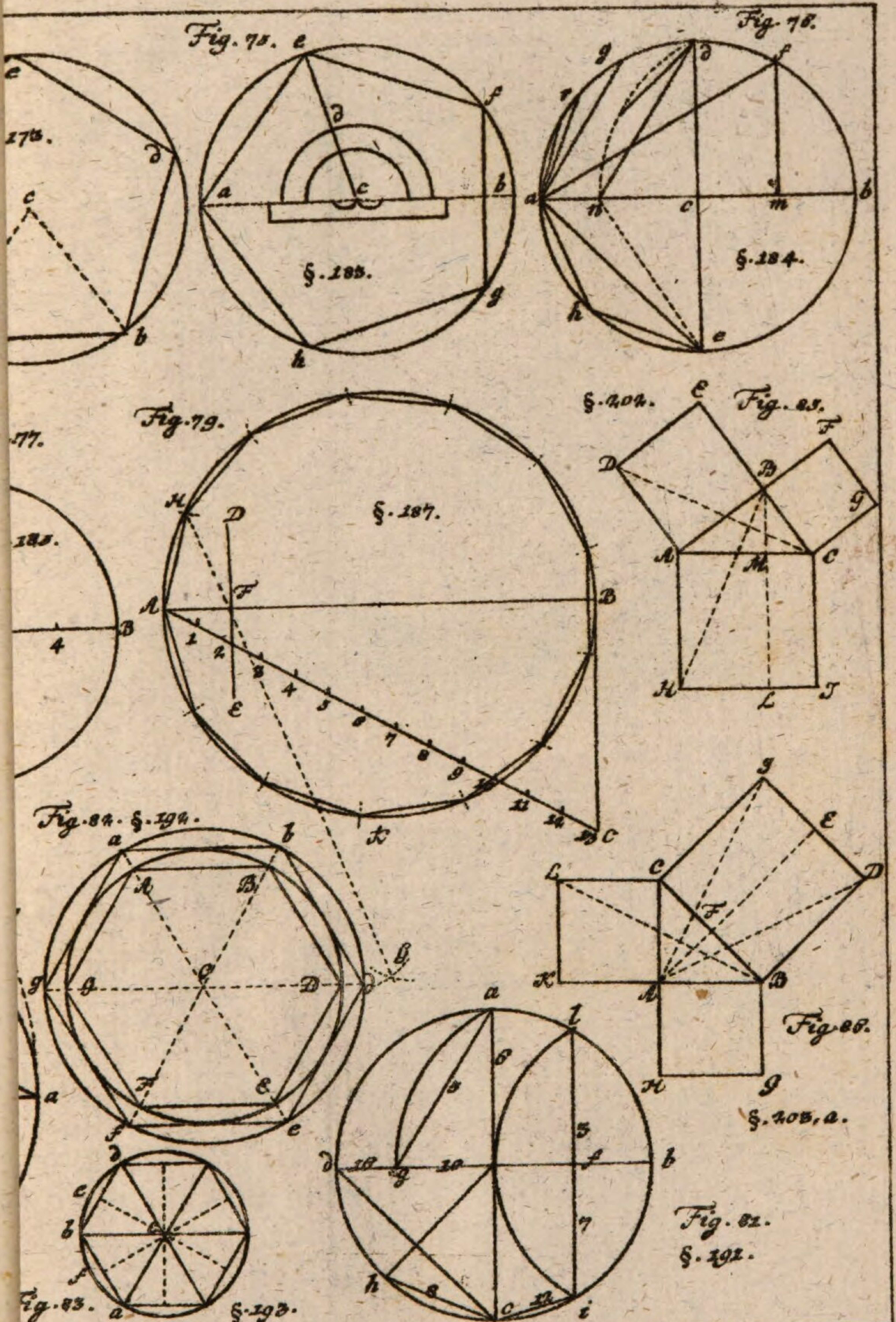
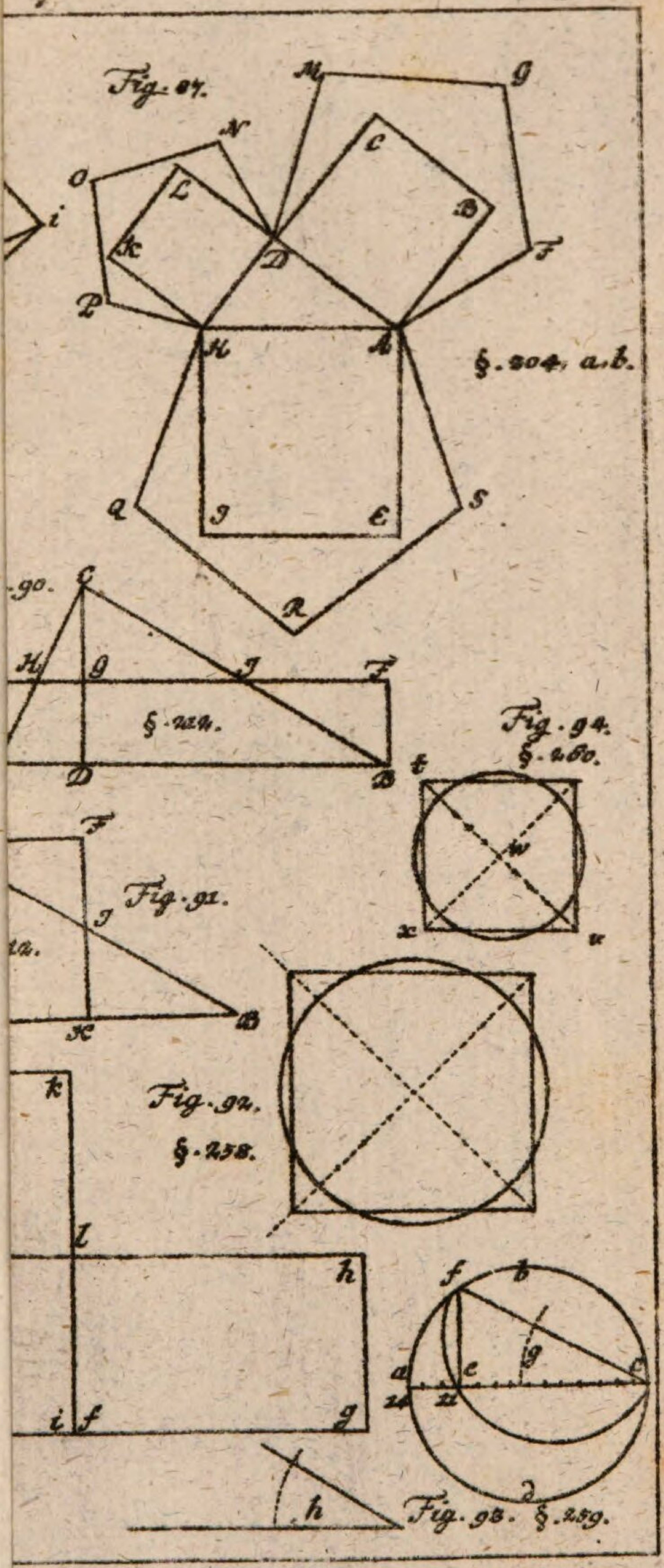


Fig. 75.
§. 185.
Fig. 76.
§. 184.
Fig. 79.
§. 187.
§. 202.
Fig. 85.
Fig. 84. §. 192.
Fig. 86.
§. 203, a.
Fig. 81.
§. 191.
Fig. 83.
§. 193.

Tab. XV.